



دفترچه سؤال و پاسخ

آزمون غیر حضوری

سال یازدهم ریاضی

۲۲ دی ۱۳۹۶

(مباحث آزمون ۶ بهمن ۹۶)

گروه فنی و تولید:

مستول تولید آزمون	معصومه علیزاده
مستول دفترچه کتاب کار	فرزانه پورعلیرضا
گروه حروف چینی	فرزانه فتح‌الله‌زاده
ناظر چاپ	علیرضا سعدآبادی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان (۱)

حسابان (۱)
 جبر و معادله (کل فصل ۱) / تابع
 (کل فصل ۲) / توابع نمایی و
 لگاریتمی (تابع نمایی)
 صفحه‌های ۱ تا ۷۹

۱- در دنباله حسابی ... ۱۴، ۱۰، ۶، ۲ حداقل باید چند جمله اول را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از مجموع پانزده

جمله اول دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 4n - 6$ ، بیش‌تر باشد؟

- (۱) ۱۳
 (۲) ۱۴
 (۳) ۱۲
 (۴) ۱۱

۲- اگر α و β جواب‌های معادله $x(x+1) = 3$ باشند، آن‌گاه β^3 با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $-3(\frac{4}{\alpha} + 1)$
 (۲) $1 - 4\alpha$
 (۳) $-(4\alpha + 1)$
 (۴) $3(\frac{4}{\alpha} - 1)$

۳- معادله $(x - \frac{1}{x})^2 + (x + \frac{1}{x}) = 8$:

- (۱) جواب ندارد.
 (۲) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.
 (۳) دو جواب مثبت دارد.
 (۴) دو جواب منفی و دو جواب مثبت دارد.

۴- معادله $\sqrt[4]{4x^3 - 2x - 2} + \sqrt{x^2 - 5x + 4} = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) هیچ
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۵- معادله $|2x + 1| + |x + 2| = x$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) جواب ندارد.

۶- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{1 - x}}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -2] \cup [1, 2)$
 (۲) $[-2, +\infty)$
 (۳) $(-\infty, -2] \cup [1, 2]$
 (۴) $[-2, 1] \cup [2, +\infty)$

۷- اگر $f(x) = \frac{1}{|x| + |-x|}$ و $g(x) = \sqrt{|x| + |-x|}$ باشد، آن‌گاه دامنه تابع $f + g$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $x \in Z$
 (۲) $x \notin Z$
 (۳) $x \in R$
 (۴) \emptyset

۸- برای یافتن ضابطه وارون تابع $f(x) = x^2 + 3x - 1$ ، دامنه آن را به صورت $[a, +\infty)$ محدود کرده‌ایم و به $f^{-1}(x) = \sqrt{x + b} + c$ رسیده‌ایم. حداقل مقدار $2a + b + c$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{4}$
 (۲) $\frac{5}{4}$
 (۳) $\frac{22}{4}$
 (۴) $-\frac{22}{4}$

۹- اگر $f = \{(1, 2), (-1, 3), (4, 4), (3, 5)\}$ باشد، آن‌گاه تابع $f - f^{-1}$ از چند زوج مرتب متمایز تشکیل شده است؟

- (۱) ۳
 (۲) ۲
 (۳) ۴
 (۴) ۱

۱۰- اگر $f = \{(0, 1), (1, -2), (a, -1), (4, 0)\}$ ، $g = \{(-2, 4), (-1, 1), (b, 1), (7, -3)\}$ و $D_{g \circ f} = \{5, 1, 4\}$ باشد، حاصل $b - 2a$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
 (۲) -۱۰
 (۳) ۸
 (۴) -۸

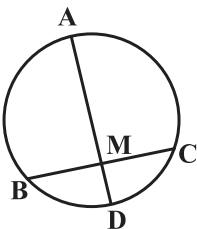


هندسه (۲)

دایره (کل فصل ۱) / تبدیل‌های هندسی (تبدیل‌های هندسی - بازتاب) صفحه‌های ۹ تا ۴۰

هندسه (۲)

۱۱- در شکل زیر D وسط کمان BC و M وسط وتر BC است. اگر $AD = 2BC$ ، آن‌گاه کمان AB چند درجه است؟



۱۲۰ (۱)

۱۳۵ (۲)

۱۵۰ (۳)

۱۶۵ (۴)

۱۲- خط l بر دایره‌ای به قطر AB مماس است. اگر طول عمودهای AD و BC وارد بر l به ترتیب برابر ۱۲ و ۳ باشد، طول پاره‌خط CD کدام است؟

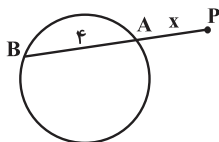
۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۱۳- در شکل زیر وتر AB به طول ۴ را تا نقطه P امتداد داده‌ایم، به طوری که نزدیک‌ترین و دورترین فاصله P از نقاط واقع بر دایره ۱ و ۱۲ است. طول PA کدام است؟



۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

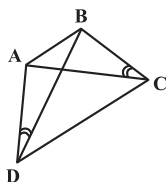
۱۴- طول یکی از مماس مشترک‌های دو دایره‌ی $C(O, 2)$ و $C'(O', 3)$ ، برابر طول مماس مشترک دیگر است. طول پاره‌خط OO' کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)



۱۵- در شکل روبه‌رو اگر $\hat{A}DB = \hat{A}CB$ ، آن‌گاه کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

$\hat{C}AD = \hat{C}BD$ (۲)

$\hat{A}BC = \hat{B}AD$ (۱)

$\hat{B}AC = \hat{B}DC$ (۴)

$\hat{A}BD = \hat{A}CD$ (۳)

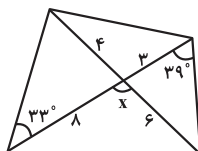
۱۶- با توجه به شکل روبه‌رو، زاویه بین قطرهای چهارضلعی کدام است؟

64° (۲)

54° (۱)

78° (۴)

72° (۳)



۱۷- یک دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی، یک زاویه 30° دارد. نسبت طول قاعده کوچک به طول قاعده بزرگ آن کدام است؟

$\sqrt{3} - 1$ (۴)

$4 - 2\sqrt{3}$ (۳)

$7 - 4\sqrt{3}$ (۲)

$2 - \sqrt{3}$ (۱)

۱۸- دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', 3)$ مفروض‌اند. خط d بر دایره C' مماس است. بازتاب دایره C را نسبت به خط d به دست می‌آوریم تا دایره C'' به دست آید. طول مماس مشترک خارجی دو دایره C' و C'' کدام است؟

$\sqrt{35}$ (۴)

۶ (۳)

$\sqrt{11}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

۱۹- لوزی ABCD به طول ضلع ۸ و مساحت ۳۲ مفروض است. نقاط E و F به ترتیب روی اضلاع AB و AD قرار دارند و $AE = AF = 1$ است. بازتاب لوزی را نسبت به محور EF رسم می‌کنیم. مساحت ناحیه مشترک بین لوزی جدید و لوزی اولیه کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۰- رئوس مثلث قائم‌الزاویه ABC را نسبت به اضلاعش بازتاب می‌دهیم. تصویر این سه رأس تشکیل یک مثلث می‌دهد. مساحت این مثلث چند برابر مثلث ABC است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



نیاز آموزش

آمار و احتمال

۲۱- نقیض گزاره «اگر a زوج باشد، آن گاه $a+1$ فرد است.» کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱) a فرد است و $a+1$ زوج است.

(۲) a زوج است و $a+1$ زوج است.

(۳) a فرد است و $a+1$ فرد است.

(۴) اگر $a+1$ زوج باشد، آن گاه a فرد است.

۲۲- کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) $(A \cap B)' \cap A = A \cap B$

(۲) اگر $A \subseteq B$ آنگاه $(B-A) \cap (A \cap B) = \emptyset$

(۳) اگر $(A \cap B) \subseteq (A-B)$ آنگاه $B' - A' = B$

(۴) اگر $A \subseteq B$ آنگاه $(A \cup B) - (A \cap B)' = A$

۲۳- اگر $A = [1, 4], B = [2, 5], C = \{0, 1, 2\}$ آن گاه نمودار مجموعه $(A \cap B) \times C$ عبارت است از که است.

(۱) چند پاره خط - مجموع طول هایشان ۴

(۲) یک سطح - مساحت آن ۴

(۳) چند پاره خط - مجموع طول هایشان ۶

(۴) یک سطح - مساحت آن ۶

۲۴- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست نیست؟

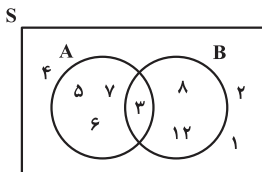
(۱) اگر $B \subseteq A$ باشد، $P(A-B) = P(A) - P(B)$ است.

(۲) اگر A با هر یک از پیشامدهای B و C ناسازگار باشد، آن گاه $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.

(۳) در حالت کلی عبارت $P(A) = P(A-B) + P(A \cap B)$ برقرار است.

(۴) چون A و A' دو پیشامد ناسازگار هستند، $P(A) + P(A') = 1$ خواهد بود.

۲۵- در شکل زیر، فضای نمونه‌ای و A و B دو پیشامد با اعضای داده شده هستند. حاصل $P(A|B')$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{2}{5}$

۲۶- در آزمایش پرتاب یک تاس، احتمال آمدن هر عدد متناسب با توان دوم آن عدد است. احتمال این که در پرتاب این تاس، عدد ۲ یا ۳ رو شود، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{7}$

(۲) $\frac{13}{141}$

(۳) $\frac{1}{13}$

(۴) $\frac{5}{91}$

۲۷- فرض کنید $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و داشته باشیم $P(a) = P(b) = 7P(c)$ و $P(d) = \frac{3}{8}$. مقدار $P(b)$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{24}$

(۲) $\frac{5}{24}$

(۳) $\frac{5}{16}$

(۴) $\frac{7}{16}$

۲۸- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر تفاضل دو تاس عددی زوج باشد، با کدام احتمال قدرمطلق تفاضل آنها عددی اول است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{9}$

(۴) $\frac{4}{9}$

۲۹- در یک کلاس ۱۲ نفره می‌دانیم که وزن هیچ‌یک از افراد با هم یکسان نیست. می‌خواهیم ۲ نفر را از کلاس به تصادف انتخاب کنیم. اگر بدانیم وزن نفر اول از نفر دوم بیشتر است، با کدام احتمال وزن نفر دوم از همه افراد کلاس کمتر است؟

(۱) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{6}$

۳۰- در ظرفی ۳ گوی سبز، ۴ گوی آبی و ۳ گوی قرمز قرار دارد. هر بار که به تصادف گویی از این ظرف بیرون می‌آوریم، پس از مشاهده رنگش آن را کنار می‌گذاریم. اگر به‌طور متوالی ۳ گوی بیرون آوریم، با کدام احتمال گوی‌های اول و سوم آبی و گوی دوم قرمز است؟

(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{1}{10}$

(۳) $\frac{6}{125}$

(۴) $\frac{1}{20}$

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات (کل)

فصل ۱/ احتمال (مبانی احتمال -

احتمال غیرهم‌شانس - احتمال شرطی

تا ابتدای قانون احتمال کل)

صفحه‌های ۱ تا ۵۸

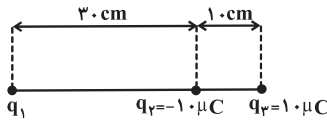


فیزیک (۲)

فیزیک (۲)

الکتروستاتیک ساکن (کل فصل ۱) /
جریان الکتریکی (از ابتدای فصل تا
ابتدای توان در مدارهای الکتریکی)
صفحه‌های ۱ تا ۶۶

۳۱- در شکل زیر، بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 در حال تعادل می‌باشد. اگر جای q_2 و q_3 را عوض کنیم، اندازه‌ی برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از طرف بارهای دیگر، چند نیوتون و در چه جهتی خواهد بود؟
($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$) و از نیروی گرانش صرف‌نظر شود.)



- (۱) صفر
(۲) ۲۵۰، راست
(۳) ۲۵۰، چپ
(۴) ۷۰۰، راست

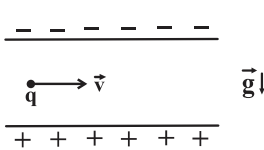
۳۲- میدان الکتریکی برآیند حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -2 \mu C$ و $q_2 = +1 \mu C$ در ۵ سانتی‌متری از بار q_1 صفر است. بزرگی میدان برآیند در وسط خط واصل دو بار چند نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

- (۱) $7/2 \times 10^{-7}$ (۲) $5/76 \times 10^{-6}$ (۳) $7/2 \times 10^{-6}$ (۴) $5/76 \times 10^{-5}$

۳۳- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 20 \mu C$ را در یک میدان الکتریکی یکنواخت رها می‌کنیم. اگر انرژی جنبشی ذره پس از طی مسافت ۲۰ cm برابر با ۰/۰۱ ژول شود، بزرگی میدان الکتریکی چند $\frac{N}{C}$ است؟ (از نیروی وزن وارد بر ذره و تمامی اصطکاک‌ها صرف‌نظر کنید.)

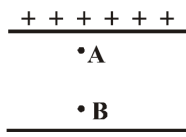
- (۱) ۲۵۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۱۰۰۰۰

۳۴- یک ذره باردار با بار $+5 \mu C$ و جرم $4/10^3$ گرم با تندی ثابت مطابق شکل از بین دو صفحه رسانای افقی موازی باردار که فاصله آن‌ها از هم ۲ cm است، به‌طور افقی عبور می‌کند. اندازه اختلاف پتانسیل بین دو صفحه چند ولت است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۳۵- مطابق شکل زیر، اگر در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} ، بار $q < 0$ را از نقطه A به نقطه B منتقل کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چگونه تغییر می‌کند؟

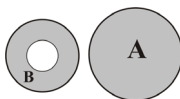


- (۱) افزایش می‌یابد.
(۲) کاهش می‌یابد.
(۳) ثابت می‌ماند.
(۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.

۳۶- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد ویژگی‌های خط‌های میدان الکتریکی نادرست است؟

- (۱) خط‌های میدان الکتریکی از بار الکتریکی مثبت خارج می‌شوند.
(۲) خط‌های میدان الکتریکی هیچ‌گاه یک‌دیگر را در فضا قطع نمی‌کنند.
(۳) هر چه خط‌های میدان الکتریکی در یک نقطه به یک‌دیگر نزدیک‌تر باشند، اندازه میدان الکتریکی در آن نقطه بزرگ‌تر است.
(۴) خط‌های میدان الکتریکی در هر نقطه، هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی واقع در آن نقطه است.

۳۷- دو کابل رسانای هم‌طول و هم‌جنس A و B که سطح مقطع آن‌ها در شکل زیر نشان داده شده است، مفروضند. شعاع مقطع کابل توپُر A، برابر با ۴ mm و شعاع داخل و خارج سطح مقطع کابل تو خالی B به ترتیب ۱ و ۲ میلی‌متر است. مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟



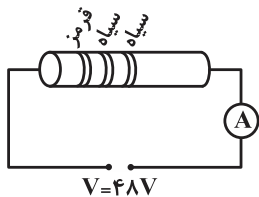
- (۱) ۱۶ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{16}{3}$

۳۸- مقاومت یک قطعه رسانا در دمای $20^\circ C$ برابر با 2Ω است. دمای این قطعه رسانا را به چند کلوین برسانیم تا مقاومت آن برابر $2/01 \Omega$ شود؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه رسانا در دمای $20^\circ C$ برابر $K^{-1} \times 10^{-5} \times 5$ است.)

- (۱) ۳۷۳ (۲) ۱۲۰ (۳) ۳۹۳ (۴) ۱۰۰



۳۹- در مدار شکل زیر، آمپرسنج ایده‌آل چند آمپر را می‌تواند نشان دهد؟ (دما ثابت است).



عدد	رنگ
۲	قرمز
۰	سیاه

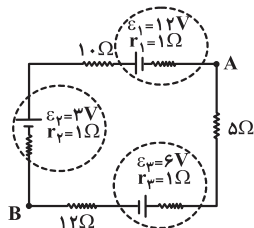
(۱) ۲/۶

(۲) ۳/۴

(۳) ۱/۷

(۴) ۱/۳

۴۰- در مدار شکل مقابل، $(V_A - V_B)$ برابر چند ولت است؟



(۱) ۳

(۲) -۴/۵

(۳) -۳

(۴) ۴/۵

شیمی (۲)

قدر هدایای زمینی را بدانیم (کل فصل ۱) / در پی غذای سالم (از ابتدای فصل تا ابتدای گرما در واکنش‌های شیمیایی (گرمایشی)) صفحه‌های ۱ تا ۶۰

شیمی (۲)

۴۱- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد دوره سوم جدول دوره‌ای، درست است؟

(الف) اختلاف عدد اتمی و آخرین عنصر این دوره، ۱۸ واحد است.

(ب) به طور کلی از چپ به راست سطح عناصر کدر می‌شود.

(پ) نسبت تعداد عناصر فلزی به تعداد باقی عناصر این دوره برابر $\frac{1}{3}$ است.

(ت) از چپ به راست از رسانایی الکتریکی کاسته شده و بر رسانایی گرمایی افزوده می‌شود.

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۱

۴۲- چند مورد از عبارتهای زیر به درستی تکمیل‌کننده عبارت زیر می‌باشند؟

«همه فلزات دسته d ...»

(الف) در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی هم‌چون کربنات‌ها دیده می‌شوند.

(ب) با تشکیل کاتیون، به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب دست نمی‌یابند.

(پ) می‌توانند دو اکسید پایدار تولید کنند.

(ت) زیرلایه d در حال پر شدن دارند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴۳- در شرایط یکسان کدام عنصر، برای تبدیل شدن به کاتیون، تمایل بیشتری دارد؟

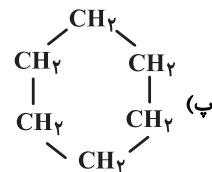
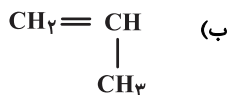
(۴) D ۱۲

(۳) C ۱۱

(۲) B ۱۹

(۱) A ۲۰

۴۴- کدام گزینه در بردارنده همه ترکیب‌های راست‌زنجیر در بین ساختارهای زیر است؟



(۴) ب-ت-ث

(۳) الف-ب-ت-ث

(۲) پ-ت-ث

(۱) الف-ت-ث



۴۵- در هیدروکربن‌ها با افزایش تعداد کربن‌ها، نقطه جوش ... ، گران‌روی ... و میزان فرار بودن ... می‌یابد.

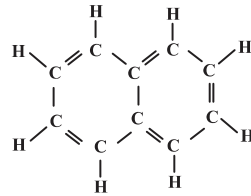
(۱) افزایش - افزایش - کاهش

(۲) کاهش - کاهش - کاهش

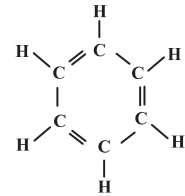
(۳) کاهش - افزایش - افزایش

(۴) افزایش - افزایش - افزایش

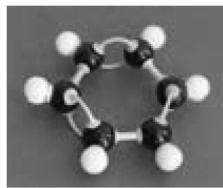
۴۶- با توجه به شکل‌های زیر کدام گزینه نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)



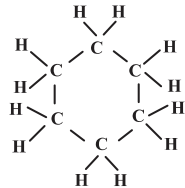
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

(۱) تفاوت جرم مولی ساختارهای ۱ و ۲ برابر 50° گرم می‌باشد.

(۲) ساختارهای ۱ و ۴ به ترتیب مربوط به نفتالن و سیکلوهگزان می‌باشند.

(۳) شکل (۳) ساختار گلوله - میله ساختار (۴) را نشان می‌دهد.

(۴) فرمول مولکولی ترکیبی به نام هگزن با فرمول مولکولی ترکیب مربوط به شکل (۴) یکسان است.

۴۷- با توجه به شکل مقابل که ساختار نقطه-خط یک هیدروکربن را نشان می‌دهد، می‌توان گفت ...

(۱) این ترکیب هیدروکربنی سیر شده با فرمول مولکولی C_9H_{18} است.

(۲) در نام‌گذاری آن چون شاخه متیل شماره کوچک‌تری از شماره شاخه اتیل دارد، زودتر نوشته می‌شود.

(۳) دارای فرمول مولکولی یکسانی با ۳-اتیل-۲،۲-دی‌متیل پنتان بوده و فقط دو اتم کربن آن یک اتم هیدروژن دارند.

(۴) از دسته هیدروکربن‌های راست زنجیر محسوب شده و به علت وجود شاخه جانبی، گشتاور دوقطبی دارد.

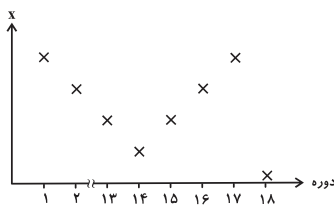
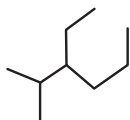
۴۸- با توجه به نمودار روبه‌رو، X کدام ویژگی عناصر جدول دوره‌ای می‌تواند باشد؟

(۱) شعاع اتمی

(۲) رسانایی الکتریکی

(۳) خصلت نافلزی

(۴) واکنش‌پذیری



۴۹- با توجه به شکل روبه‌رو (دو نمونه هوای صاف با جرم یکسان) کدام عبارت نادرست است؟

(۱) شکل B نمونه‌ای از هوا در یک روز تابستانی است.

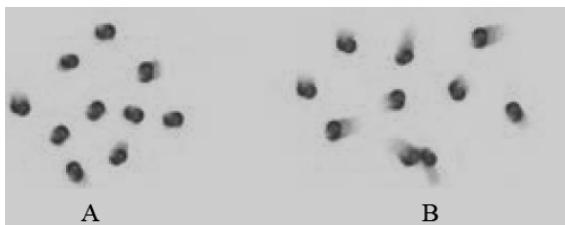
(۲) انرژی گرمایی شکل B بیش‌تر است زیرا تعداد مولکول‌های آن بیش‌تر است.

(۳) میانگین سرعت حرکت ذرات در شکل B از ذرات شکل A بیش‌تر است.

(۴) میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات در شکل B بالاتر از شکل A است.

۵۰- چند مورد از عبارتهای زیر درست‌اند؟

(الف) گرما کمیتی از ویژگی‌های یک نمونه ماده است.



A

B

(ب) در دو ظرف فلزی یکسان که هر کدام محتوی $100g$ آب و $100g$ روغن زیتون با دمای $25^\circ C$ است با گرما دادن، دمای هر دو ظرف را به

$50^\circ C$ می‌رسانیم. اگر در این فرایندها تغییر دما یکسان باشد، گرمای مبادله شده متفاوت است.

(پ) ظرفیت گرمایی در دما و فشار ثابت، افزون بر نوع ماده به مقدار آن نیز بستگی دارد.

(ت) ماده‌ای که ظرفیت گرمایی بیش‌تری دارد با جذب مقدار گرمای معین، دمای آن بیش‌تر تغییر می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

حسابان (۱)

۱- گزینه «۲»

(ابراهیم نبغی)

$$2, 6, 10, 14, \dots \Rightarrow a_1 = 2, d = 6 - 2 = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2(2) + (n-1)4]$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} (4 + 4n - 4) = 2n^2$$

$$a_n = 4n - 6 \Rightarrow a_1 = -2, a_2 = 2 \Rightarrow d = 2 - (-2) = 4$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2(-2) + (15-1)4] = \frac{15}{2} (-4 + 14 \times 4)$$

$$= \frac{15}{2} \times 13 \times 4 = 15 \times 26 = 390$$

در سؤال خواسته شده S_n دنباله اول از S_{15} دنباله دوم بیش تر باشد:

$$2n^2 > 390 \Rightarrow n^2 > 195 \Rightarrow n > 13.96 \Rightarrow n \geq 14$$

یعنی باید حداقل ۱۴ جمله اول دنباله را با هم جمع کنیم.

۲- گزینه «۱»

(سیدین شایلو)

$$x(x+1) = 3 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow \beta^2 + \beta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \beta^2 = 3 - \beta \Rightarrow \beta^3 = 3\beta - \beta^2$$

$$\Rightarrow \beta^3 = 3\beta - (3 - \beta) = 4\beta - 3 \xrightarrow{P = \alpha\beta \Rightarrow \beta = \frac{P}{\alpha}}$$

$$\beta^3 = 4\left(\frac{P}{\alpha}\right) - 3 = 4\left(\frac{-3}{\alpha}\right) - 3 = -3\left(\frac{4}{\alpha} + 1\right)$$

۳- گزینه «۴»

(مهمر ظاهر شعاعی)

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 8 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 + x + \frac{1}{x} = 8$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 - 2 + x + \frac{1}{x} = 8$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$

با فرض $y = x + \frac{1}{x}$ داریم:

$$y^2 + y - 12 = 0 \Rightarrow (y-3)(y+4) = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ یا } y = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 3 \\ x + \frac{1}{x} = -4 \end{cases} \xrightarrow{x \neq 0} \begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

پس معادله دو جواب مثبت و دو جواب منفی دارد.

۴- گزینه «۲»

(قاسم کتابچی)

اگر مجموع ۲ مقدار نامنفی برابر صفر باشد، تک تک عبارت‌ها برابر صفرند.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

فقط $x = 1$ عبارت $4x^3 - 2x - 2$ را صفر می‌کند. پس معادله صورت سؤال فقط یک جواب دارد.

۵- گزینه «۴»

(مهمر رضا شوکتی بیرق)

چون سمت چپ معادله، مثبت است، پس سمت راست آن یعنی x نیز مثبت است و به دنبال آن، عبارات داخل قدرمطلق‌ها نیز مثبت خواهند بود و به این ترتیب معادله داده شده به صورت زیر ساده می‌شود:

$$2x + 1 + x + 2 = x \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

توجه کنید که x باید مثبت باشد، پس معادله داده شده، جواب ندارد.

۶- گزینه «۳»

(بواره صادقی)

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی و مخرج کسر مخالف صفر باشد.

$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

$$1 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

x	-2	1	2	
x-2	-	-	-	+
x+2	-	+	+	+
1-x	+	+	-	-
f(x)	+	-	+	-

$$D_f = (-\infty, -2] \cup (1, 2)$$

۷- گزینه «۴»

(امیر حسین افشار)

$$\text{می‌دانیم } |x| + |-x| = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Z} \\ -1, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} D_f : x \notin \mathbb{Z} \\ D_g : x \in \mathbb{Z} \end{matrix} \right\} \Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = \emptyset$$

۸- گزینه «۱»

(امیر هوشنگ قمسه)

$$f(x) = x^2 + 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} \quad x \in \left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

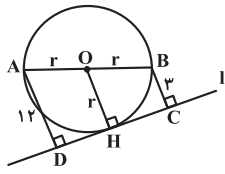
$$y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} \Rightarrow y + \frac{13}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{y + \frac{13}{4}} = x + \frac{3}{2}$$



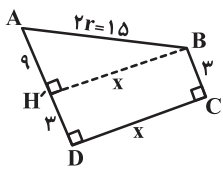
۱۲- گزینه «۳»

(مسئله متمرکز می)



$$\begin{cases} AD \perp l \\ BC \perp l \end{cases} \Rightarrow AD \parallel BC$$

اگر از O (مرکز دایره) بر l عمود کنیم، آن گاه داریم:



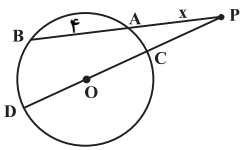
$$\begin{aligned} OH &= \frac{BC + AD}{2} \\ \Rightarrow r &= \frac{3 + 12}{2} = 7.5 \\ x &= \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \end{aligned}$$

(مسئله فایلو)

۱۳- گزینه «۲»

مطابق شکل اگر P را به مرکز دایره وصل کنیم و امتداد دهیم، آن گاه C نزدیک ترین نقطه دایره به P و D دورترین نقطه دایره از P است، داریم:

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD \Rightarrow x(x+6) = 1 \times 12$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 + 6x - 12 &= 0 \\ \Rightarrow (x+6)(x-2) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-6 \end{cases} & \text{ غ ق ق} \end{aligned}$$

(مسئله فایلو)

۱۴- گزینه «۲»

توجه کنید که اگر دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ هم مماس مشترک داخلی داشته باشند و هم مماس مشترک خارجی، آنگاه طول مماس مشترک خارجی، قطعاً از طول مماس مشترک داخلی بیش تر است، زیرا:

$$\begin{cases} L = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} & \text{طول مماس مشترک خارجی} \\ L' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} & \text{طول مماس مشترک داخلی} \end{cases}$$

$$L = \sqrt{2}L' \text{ طبق فرض}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} &= \sqrt{2} \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \\ \Rightarrow OO'^2 - (R - R')^2 &= 2OO'^2 - 2(R + R')^2 \\ \Rightarrow OO'^2 &= 2(R + R')^2 - (R - R')^2 \\ \Rightarrow OO'^2 &= 2(2+3)^2 - (2-3)^2 = 49 \\ \Rightarrow OO' &= 7 \end{aligned}$$

$$f^{-1}(y) = \sqrt{y + \frac{13}{4}} - \frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{13}{4}} - \frac{3}{2}$$

دامنه تابع را به بازه $[a, +\infty)$ محدود کرده ایم، برای آن که عبارت $2a + b + c$ حداقل باشد، باید مقدار a برابر با حداقل مقدار ممکن یعنی $-\frac{3}{2}$ باشد. در نتیجه:

$$2a + b + c = 2\left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{13}{4} - \frac{3}{2} = -\frac{5}{4}$$

توجه: برای این که تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ وارون پذیر باشد، باید x زیرمجموعه‌ای از $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ یا $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ باشد.

(مهری ملازمشانی)

۹- گزینه «۲»

اگر در تابع وارون پذیر f داشته باشیم، $(a, b) \in f$ آن گاه $(b, a) \in f^{-1}$.

$$f = \{(1, 2), (-1, 3), (4, 4), (3, 5)\}$$

$$\Rightarrow D_f = \{1, -1, 4, 3\}$$

$$f^{-1} = \{(2, 1), (3, -1), (4, 4), (5, 3)\}$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$D_{f^{-1} \circ f^{-1}} = D_f \cap D_{f^{-1}} = \{1, -1, 4, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{3, 4\}$$

بنابراین تابع $f \circ f^{-1}$ شامل دو زوج مرتب متمایز است.

(سعید مریرفراسانی)

۱۰- گزینه «۲»

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

با توجه به این که $5 \in D_{g \circ f}$ است و $-1 \in D_g$ در نتیجه a باید برابر ۵ باشد و با توجه به این که $4 \in D_f$ ، $4 \in D_{g \circ f}$ و $f(4) = 0$ پس باید $0 \in D_g$ باشد و این امکان فقط وقتی وجود دارد که $b = 0$. در نتیجه:

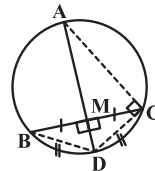
$$b - 2a = 0 - 2 \times (5) = -10$$

هندسه (۲)

(مهم قنران)

۱۱- گزینه «۳»

از آنجا که AD وتر و کمان BC را نصف کرده است، پس قطر دایره است. در نتیجه مثلث ACD قائم الزاویه است. چون $AD = 2BC = 4CM$ و CM ارتفاع وارد بر وتر است، پس $\hat{D}AC = 15^\circ$ (در مثلث قائم الزاویه‌ای که ارتفاع یک چهارم وتر باشد، یک زاویه 15° است)، داریم:

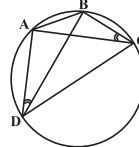


$$\hat{A}DC = 75^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AB} = 15^\circ$$

۱۵- گزینه «۱»

(مسئله فایلو)

از آنجا که $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = \alpha$ ، با تشابه مثلث‌ها می‌توان گفت چهارضلعی $ABCD$ محاطی است.

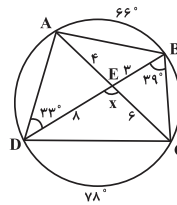


با توجه به شکل در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» هر یک از جفت زاویه‌های مطرح شده، زاویه‌های محاطی روبه‌رو به یک کمان و با هم مساوی هستند. اما در گزینه «۱» دلیلی برای آن که \widehat{ABC} لزوماً با \widehat{BAD} برابر باشد، وجود ندارد.

۱۶- گزینه «۳»

(مسئله مماس ممکریمی)

با توجه به شکل، از آنجا که $AE \times EC = BE \times ED$ می‌باشد، لذا از چهار نقطه A, B, C, D یک دایره می‌گذرد و در این دایره



پس: $\widehat{CD} = 2\widehat{CBD} = 78^\circ$ و $\widehat{AB} = 2\widehat{ADB} = 66^\circ$

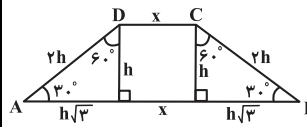
$$x = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{66^\circ + 78^\circ}{2} = 72^\circ$$

۱۷- گزینه «۲»

(مسئله ظاهر شعاعی)

ارتفاع‌های دوزنقه را رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه یک زاویه 30° باشد ضلع روبه‌رو به آن نصف وتر و ضلع روبه‌رو به زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.



پس اندازه اضلاع، مطابق شکل می‌شود. چون دوزنقه محیطی است، پس:

$$CD + AB = AD + BC \Rightarrow x + x + 2h\sqrt{3} = 2h + 2h$$

$$\Rightarrow x = 2h - h\sqrt{3}$$

$$\frac{CD}{AB} = \frac{x}{x + 2h\sqrt{3}} = \frac{2h - h\sqrt{3}}{2h - h\sqrt{3} + 2h\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$$

۱۸- گزینه «۴»

(مسئله قدران)

با توجه به شکل فاصله بین مرکزهای دو دایره برابر با ۶ است. طبق رابطه مماس مشترک خارجی دو دایره داریم:

$$\sqrt{OO''^2 - (R' - R'')^2} =$$

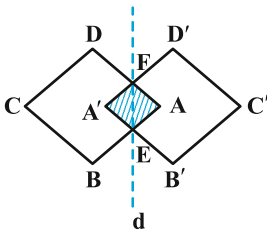
$$\sqrt{6^2 - (3 - 2)^2} = \sqrt{36 - 1} = \sqrt{35}$$

۱۹- گزینه «۱»

(مسئله قدران)

$$\left. \begin{aligned} AE = AF = 1 \\ T(AE) = A'E \\ T(AF) = A'F \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{طولپایی بازتاب}} A'E = A'F = 1$$

بنابراین $AEA'F$ لوزی است.



هم‌چنین زاویه‌های این لوزی با

زاویه‌های $ABCD$ برابر است، پس

این دو لوزی متشابه‌اند. اگر نسبت

تشابه را k فرض کنیم، داریم:

$$k = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{S_{AEA'F}}{S_{ABCD}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{AEA'F}}{32} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_{AEA'F} = \frac{1}{2}$$

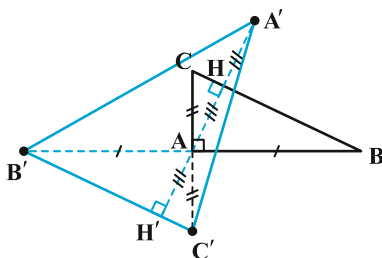
۲۰- گزینه «۳»

(مسئله قدران)

بازتاب تبدیل طولی است، پس $AB = AB'$ و $AC = AC'$ و

$AH = AH'$ است. در نتیجه دو مثلث ABC و $AB'C'$ هم‌نهشت

هستند. پس $BC = B'C'$ و $AH = AH'$ است. در نتیجه داریم:



$$\frac{S_{\Delta A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{1}{2} A'H' \times B'C'}{\frac{1}{2} AH \times BC} = \frac{A'H'}{AH} = \frac{A'H + AH + AH'}{AH}$$

$$= \frac{3AH}{AH} = 3$$



آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومفیوب)

نقیض گزاره « $p \Rightarrow q$ » به صورت « $p \wedge \sim q$ » است. بنابراین نقیض گزاره «اگر a زوج باشد، آن گاه $a+1$ فرد است.» به صورت « a زوج است و $a+1$ زوج است.» می باشد.

۲۲- گزینه «۳»

(امین کریمی)

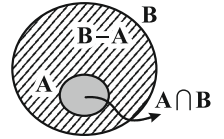
$$1) A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B) = (A \cap A') \cup (A \cap B) = A \cap B$$

$$2) A \subseteq B \Rightarrow (B - A) \cap (A \cap B) = \emptyset$$

$$3) (A \cap B) \subseteq (A - B) \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$B' - A' = B' \cap A = A - B \xrightarrow{A \cap B = \emptyset} A - B = A \Rightarrow B' - A' = A$$

$$4) (A \cup B) - (A \cap B)' \xrightarrow{A \subseteq B} B - A' = B \cap A = A$$

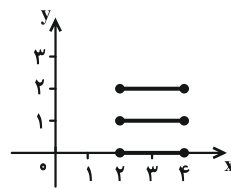


۲۳- گزینه «۳»

(نویر میبری)

$$(A \cap B) = [1, 4] \cap [2, 5] = [2, 4]$$

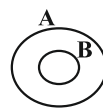
$$\Rightarrow (A \cap B) \times C = \{(x, y) : x \in [2, 4] \wedge y \in \{0, 1, 2\}\}$$



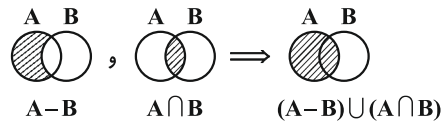
نمودار حاصل ضرب دکارتی بالا از ۳ پاره خط هر کدام به طول ۲ تشکیل شده، پس مجموع طولهای این پاره خطها برابر با $3 \times 2 = 6$ است.

۲۴- گزینه «۲»

(سویل حسن فغان پور)



گزینه «۱» چون B زیرمجموعه A است، با توجه به شکل مقابل B به طور کامل درون A قرار دارد، پس گزاره مورد بررسی صحیح است.



$$\Rightarrow P(A) = P(A - B) + P(A \cap B)$$

گزینه «۴» A و A' متمم یکدیگرند. پس دو پیشامد ناسازگار هستند و چون

$$P(A) + P(A') = 1 \text{ می شود، داریم:}$$

گزینه «۲» رابطه موجود در این گزینه تنها زمانی درست است که A و B دو به دو ناسازگار باشند. چون گفته نشده است که B و C هم ناسازگارند، پس لزومی ندارد رابطه مورد نظر برقرار باشد.

۲۵- گزینه «۳»

(امین کریمی)

$$P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = \frac{\frac{3}{9}}{\frac{6}{9}} = \frac{1}{2}$$

۲۶- گزینه «۱»

(امیر هوشنگ قمسه)

احتمال آمدن اعداد به صورت $P(1) = x$ ، $P(2) = 4x$ ، $P(3) = 9x$ ، $P(4) = 16x$ ، $P(5) = 25x$ و $P(6) = 36x$ می باشد، داریم:

$$P(\{2 \text{ یا } 3\}) = \frac{4x + 9x}{x + 4x + 9x + 16x + 25x + 36x} = \frac{13x}{91x} = \frac{1}{7}$$

۲۷- گزینه «۱»

(سید وهیر زوالفقاری)

باید داشته باشیم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \quad (*)$$

اگر فرض کنیم $x = P(b)$ ، آن گاه $x = P(a)$ و $P(c) = \frac{x}{y}$. اکنون از رابطه (*) داریم:

$$x + x + \frac{x}{y} + \frac{x}{8} = 1 \Rightarrow \frac{15x}{y} = 1 - \frac{x}{8} = \frac{8-x}{8} \Rightarrow x = \frac{y}{24} \Rightarrow P(b) = \frac{y}{24}$$

۲۸- گزینه «۴»

(فرشاد خرامری)

A را پیشامد زوج بودن تفاضل دو تاس و B را پیشامد اول بودن قدرمطلق تفاضل دو تاس در نظر می گیریم.

برای زوج بودن تفاضل دو تاس باید هر دو زوج (۹ حالت) یا هر دو فرد (۹ حالت) باشند:

$$P(A) = \frac{18}{36}$$

$A \cap B$ یعنی تفاضل دو تاس زوج و قدرمطلق تفاضل آنها، ۲ (تنها عدد زوج و اول ۲ است) باشد:

$$A \cap B = \{(1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 6), (6, 4)\}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{8}{36}$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{36}}{\frac{18}{36}} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

۲۹- گزینه «۴»

(سویل حسن فغان پور)

برای حل این مسأله که احتمال شرطی است، ابتدا دو پیشامد A و B را به صورت زیر تعریف می کنیم:

A : نفر دوم کمترین وزن را در کلاس دارد.

B : وزن نفر اول از وزن نفر دوم بیش تر است.

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2}$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{\delta^2} = \frac{18}{(r+\delta)^2}$$

$$\Rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

اکنون بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر یک از

بارها را در نقطه O که در فاصله $\frac{r}{2} = 5 \text{ cm}$ از هر یک از بارها قرار دارد تعیین می‌کنیم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}} = \frac{18}{25} \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 18}{25} \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

با توجه به علامت دو بار، این دو میدان در نقطه O هم‌جهت‌اند، بنابراین:

$$E_T = E_1 + E_2 = (9+18) \times \frac{18}{25} \times 10^7 = 7/2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۳۳- گزینه «۱»

(امیر حسین برادران)

با توجه به صورت سؤال، اندازه تغییرات انرژی جنبشی ذره برابر با اندازه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است. ($|\Delta U| = \Delta K$)

$$|\Delta U| = |\Delta K| = |0.01 - 0| = 0.01 \text{ J}$$

مطابق رابطه تغییر انرژی پتانسیل و اختلاف پتانسیل دو نقطه داریم:

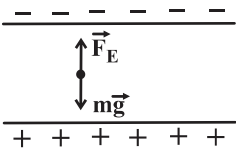
$$|\Delta V| = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow |\Delta V| = \frac{0.01}{20 \times 10^{-6}} \quad d = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$E = \frac{0.01}{20 \times 10^{-6} \times 0.2} = \frac{10^4}{4} = 2500 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۳۴- گزینه «۳»

(ناصر قواریزمی)

چون بار با تندی افقی و ثابت حرکت می‌کند پس کار برآیند نیروهای وارد بر آن طبق قضیه کار و انرژی جنبشی صفر است و این یعنی این که برآیند نیروهای وارد بر ذره صفر است. بر بار نیروی وزن و نیروی الکتریکی اثر می‌کنند، پس خواهیم داشت:



$$F_E = mg \Rightarrow E |q| = mg \Rightarrow \frac{\Delta V}{d} |q| = mg$$

$$|q| = 5 \times 10^{-6} \text{ C}, d = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$m = 0.4 \times 10^{-3} \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\frac{\Delta V}{2 \times 10^{-2}} \times 5 \times 10^{-6} = 0.4 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow \Delta V = 16 \text{ V}$$

تذکر: $P(B) = \frac{1}{4}$ است، چون احتمال این که بین دو نفر اول و دوم، وزن اولی بیش‌تر باشد، برابر آن است که وزن دومی بیش‌تر باشد.

۳۰- گزینه «۴»

(نویر میبیری)

پیشامدهای مطلوب را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

A_1 : پیشامد این که گوی اول آبی باشد

A_2 : پیشامد این که گوی دوم قرمز باشد

A_3 : پیشامد این که گوی سوم آبی باشد

اکنون خواسته سؤال عبارت است از $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ ، که به کمک قانون ضرب احتمال خواهیم داشت:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) P(A_2 | A_1) P(A_3 | A_1 \cap A_2)$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{3}{(10-1)} \times \frac{(4-1)}{(9-1)} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{20}$$

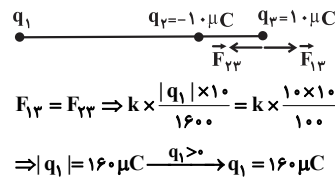
فیزیک (۲)

۳۱- گزینه «۲»

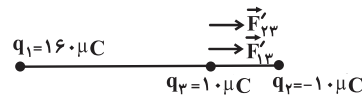
(مسمن پیکان)

حالت اول:

چون q_2 در تعادل است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است و این در صورتی برقرار می‌گردد که $q_1 > 0$ باشد.



حالت دوم:



$$F'_3 = F'_{23} + F'_{13}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 10^{-12}}{100 \times 10^{-4}} + 9 \times 10^9 \times \frac{160 \times 10^{-6} \times 10^{-12}}{900 \times 10^{-4}}$$

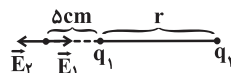
$$F'_3 = 90 + 160 = 250 \text{ N} \text{ به سمت راست}$$

دقت کنید برای این که نیرو بر حسب نیوتون باشد، باید بارها بر حسب کولن و فاصله بر حسب متر باشد.

۳۲- گزینه «۱»

(مسمن اسحاق زاده)

چون دو بار ناهم‌نام هستند، میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ای خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک‌تر صفر می‌شود، ابتدا فاصله بین q_2 و q_1 را به دست می‌آوریم:





$$R = \overline{ab} \times 10^n \pm \frac{\gamma}{10} (\overline{ab} \times 10^n)$$

$$\xrightarrow[n=0]{a=2, b=0} R = 20 \times 10^0 \pm \frac{\gamma}{10} \times 20$$

$$\Rightarrow R = 20 \pm 4 \quad (\Omega)$$

پس محدوده مجاز مقاومت برابر است با:

$$16\Omega \leq R \leq 24\Omega$$

طبق قانون اهم ($I = \frac{V}{R}$) می توان نوشت:

$$I_{\max} = \frac{V}{R_{\min}} = \frac{48}{16} = 3 \text{ A}$$

$$I_{\min} = \frac{V}{R_{\max}} = \frac{48}{24} = 2 \text{ A}$$

پس برای جریان الکتریکی که آمپرسنج ایده آل نشان خواهد داد، محدوده زیر قابل قبول است:

$$2 \text{ A} \leq I \leq 3 \text{ A}$$

۴۰- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرر)

ابتدا جهت جریان و بزرگی آن را تعیین می کنیم. جهت جریانی که مولدهای \mathcal{E}_1 و \mathcal{E}_3 تولید می کنند، پادساعتگرد ولی برای \mathcal{E}_2 ساعتگرد است و چون $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3 > \mathcal{E}_2$ است، جهت جریان پادساعتگرد می شود و مقدار جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2}{\sum R + \sum r} = \frac{12 + 6 - 3}{(10 + 12 + 5) + (1 + 1 + 1)} = \frac{1}{2} \text{ A}$$

از طرف B به طرف A از طرف شاخه پایین حرکت می کنیم و جمع جبری تغییر پتانسیل هر جزء را می نویسیم:

$$V_B - \frac{1}{2} \times 12 + 6 - \frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times 5 = V_A$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = -3 \text{ V}$$

شیمی (۲)

۴۱- گزینه «۱»

(امیر قاسمی)

الف) اختلاف عدد اتمی مذکور ۷ واحد است. عدد اتمی اولین و آخرین عنصر این دوره به ترتیب ۱۱ (مربوط به سدیم) و ۱۸ (مربوط به آرگون) است. (نادرستی عبارت «الف»)

ب) از چپ به راست خصلت فلزی کاهش و خصلت نافلزی افزایش می یابد.

سطح فلزات درخشان و سطح نافلزات کدر است. (درستی عبارت «ب»)

پ) در این دوره ۳ فلز (Al, Mg, Na)، یک شبه فلز (Si) و ۴ نافلز (Ar, Cl, S, P) وجود دارد، بنابراین نسبت خواسته شده برابر $\frac{3}{5}$ است. (نادرستی عبارت «پ»)

ت) در این دوره از چپ به راست رسانایی الکتریکی و گرمایی کاهش می یابد. (نادرستی عبارت «ت»)

بنابراین تنها یک عبارت صحیح بیان شده است.

۳۵- گزینه «۱»

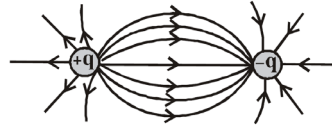
(مصطفی کیانی)

می دانیم با حرکت در جهت خطهای میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می یابد. بنابراین $V_B < V_A$ است. از طرف دیگر، بنا بر رابطه $V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q}$ و با توجه به این که $q < 0$ و $(V_B - V_A) < 0$ است، نتیجه می شود $\Delta U > 0$. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی $q < 0$ در این جابه جایی افزایش می یابد.

۳۶- گزینه «۴»

(مهم غزنوی)

خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج شده و به بار منفی وارد می شوند و یک دیگر را در فضا قطع نمی کنند. هر قدر این خطوط متراکم تر باشند، اندازه میدان الکتریکی بزرگ تر خواهد بود. خطوط میدان الکتریکی در هر نقطه، در خلاف جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی واقع در آن نقطه است.



۳۷- گزینه «۲»

(فسرو ارغوانی فرر)

$$A_A = \pi R^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi \text{ mm}^2$$

$$A_B = \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \pi(R_1^2 - R_2^2) = \pi(2^2 - 1^2) = 3\pi \text{ mm}^2$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow[L_A=L_B]{\rho_A=\rho_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{3\pi}{16\pi} = \frac{3}{16}$$

۳۸- گزینه «۳»

(سعید منبری)

طبق رابطه $\Delta R = R_1 \alpha \Delta T$ می توان نوشت:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta T \Rightarrow 2/01 - 2 = 2 \times 5 \times 10^{-5} \times \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = 100 \text{ K}$$

از آن جا که تغییرات دما بر حسب کلون برابر با تغییرات دما بر حسب درجه سلسیوس می باشد، داریم:

$$\Delta T = \Delta \theta \Rightarrow \theta_T - 20 = 100 \Rightarrow \theta_T = 120^\circ \text{ C}$$

$$\xrightarrow{T_T = \theta_T + 273} T_T = 120 + 273 = 393 \text{ K}$$

۳۹- گزینه «۱»

(بارک اسلامی)

برای مقاومت های کربنی، اندازه مقاومت از رابطه $(R = \overline{ab} \times 10^n \pm \text{تولرانس})$ به دست می آید. نبود نوار چهارم به معنای آن است که تولرانس ۲۰ درصد است.



۴۲- گزینه «۲»

(پرها ۳، رمانی)

الف) اغلب این فلزات به شکل ترکیب در طبیعت وجود دارند. (نادرست)
ب) تنها برخی از این فلزات به آرایش گاز نجیب می رسند و همه آنها نمی رسند. (درست)
پ) اغلب آنها مانند آهن می توانند دو اکسید پایدار تشکیل دهند (FeO و Fe_2O_3). اما برخی مانند اسکاندیم تنها یک اکسید (Sc_2O_3) تشکیل می دهند. (نادرست)
ت) فلزات این دسته به دسته d معروفند و زیر لایه d در حال پر شدن می باشد. (درست)

۴۳- گزینه «۲»

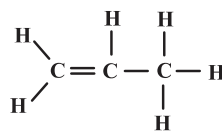
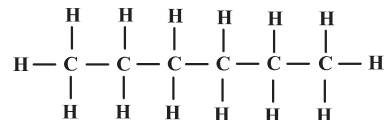
(معمرضا و سگری ساری)

B_{19} و C_{11} هر دو با از دست دادن تنها یک الکترون تشکیل کاتیون می دهند و به آرایش گاز نجیب می رسند پس میل به کاتیون شدن در آنها بیش تر از A و D است که برای رسیدن به آرایش گاز نجیب و تشکیل کاتیون باید ۲ الکترون از دست بدهند. بین B_{19} و C_{11} نیز تمایل B بیش تر از C است چون در مقایسه با C شعاع بزرگ تری دارد و تأثیر جاذبه هسته روی الکترون آخر آن کم تر است.

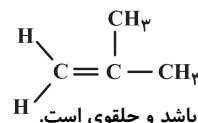
۴۴- گزینه «۳»

(کسری عبیری پور)

الف: این ساختار یک آلکان راست زنجیر است.

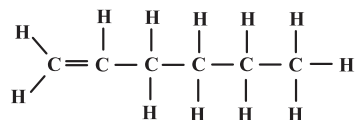


ب: همه کربن ها به آرایش هشت تایی رسیده اند و توجه شود که با وجود این که مورد «ب» در صورت سؤال به ظاهر شاخه دار است اما در واقع راست زنجیر می باشد.

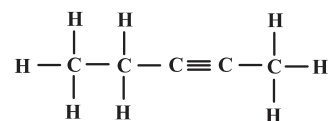


برای شاخه دار بودن باید به کربن های وسط بیش از دو کربن متصل باشد، برای مثال:

پ: یک ترکیب بی شاخه است اما راست زنجیر نمی باشد و حلقوی است.



ت:



۴۵- گزینه «۱»

(مسعود روستایی)

در هیدروکربن ها، با افزایش تعداد اتم های کربن، اندازه مولکول ها بزرگ تر می شود و گران روی و نقطه جوش افزایش می یابد و با افزایش نقطه جوش ماده، فرار بودن کاهش می یابد.

۴۶- گزینه «۳»

(معمرعظیمیان زواره)

۱) درست- فرمول مولکولی ساختارهای ۱ و ۲ به ترتیب C_10H_8 و C_6H_6 می باشد. بنابراین تفاوت جرم آنها برابر ۵۰ گرم می باشد.
۲) درست
۳) نادرست- شکل (۳) ساختار گلوله- میله برای بنزن (ساختار ۲) را نشان می دهد.
۴) درست- فرمول مولکولی هگزن و سیکلوهگزان یکسان و به صورت C_6H_{12} می باشد.

۴۷- گزینه «۳»

(سیدرحیم هاشمی دکلری)

این ترکیب آلکانی شاخه دار با فرمول مولکولی C_9H_{20} و گشتاور دو قطبی حدود صفر است.
در هیدروکربن ها صرف نظر از محل قرار گرفتن شاخه، تقدم نام بر اساس حرف اول نام انگلیسی آنها بوده و اتیل مقدم بر متیل است.

۴۸- گزینه «۴»

(امیر قاسمی)

از گروه ۱ تا ۱۴ (یعنی از سمت چپ به راست در جدول دوره ای) به علت کاهش خصلت فلزی، واکنش پذیری کاهش یافته و از گروه ۱۴ تا ۱۷ به علت افزایش خصلت نافلزی، واکنش پذیری افزایش می یابد. عناصر گروه ۱۸ یا واکنش پذیر نیستند یا واکنش پذیری ناچیزی دارند.

۴۹- گزینه «۲»

(معمربابا پور گل افشانی)

انرژی گرمایی B از A بیش تر است اما تعداد مولکول های آن برابر است.

۵۰- گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)

الف) گرما کمیتی از ویژگی های یک نمونه ماده نیست. (نادرست)
ب) تغییر دما در هر دو ظرف برابر است:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 50 - 25 = 25^\circ C$$

اما مقدار گرمای مبادله شده در دو ظرف با هم برابر نیست و به ظرفیت گرمایی ویژه (c) بستگی دارد. (درست)
پ) ظرفیت گرمایی در دما و فشار ثابت، علاوه بر نوع ماده به مقدار آن نیز بستگی دارد اما ظرفیت گرمایی ویژه تنها به نوع ماده وابسته است. (درست)
ت) ماده ای که ظرفیت گرمایی بیش تری دارد با جذب مقدار گرمای معین، دمای آن تغییر کم تری می کند. (ظرفیت گرمایی با تغییر دما، رابطه عکس دارد). (نادرست)