



آزمون غیر حضوری دوازدهم ریاضی (۲ آذر ۱۳۹۷) (مباحث ۱۶ آذر ۹۷)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی علی ارجمند	سید عادل حسینی	سید عادل حسینی	حمید زرین کفش علیرضا صابری	سهند راحمی پور
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

مثنات

صفحه‌های ۲۳ تا ۴۴

۱- اگر دوره تناوب تابع $y = 3 - 5 \sin ax$ دو برابر دوره تناوب تابع $y = 1 + \cos 3x$ باشد، مقدار a

کدام است؟ ($a > 0$)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۲- دوره تناوب تابع $y = \sin x (\cos 2x + 2 \cos^2 x)$ کدام است؟

(۱) 2π (۲) π

(۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۳- دوره تناوب تابع $f(x) = (\tan x + \cot x)^2 - \tan^2 x - \cot^2 x$ کدام است؟

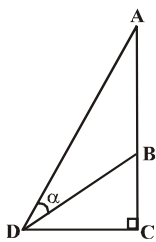
(۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) π

(۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) دوره تناوب ندارد.

۴- در مثلث قائم الزاویه شکل زیر، اگر $CD = 1$ ، $AC = 5$ و $AB = 3$ باشد، $\tan \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{5}{9}$

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

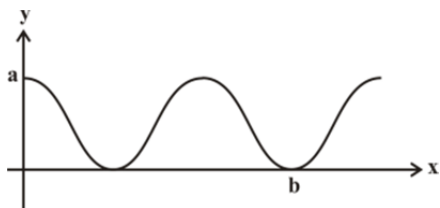


۵- اگر $\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ برابر کدام است؟ ($\cos \alpha \neq 0$)

(۱) ۴ (۲) ۳

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۶- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟



(۲) $2\pi + 1$

(۱) $2\pi + \frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3\pi + 2}{2}$

(۳) $\frac{3\pi + 1}{2}$

۷- انتهای کمان جواب‌های معادله $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{4} + x) = 0$ روی دایره مثلثاتی در فاصله $[0, \pi]$ ، رأس‌های کدام چندضلعی است؟

(۲) مثلث متساوی الساقین

(۱) مثلث قائم الزاویه

(۴) مربع

(۳) دوزنقه

۸- معادله $\cos 4x + \tan x \sin 4x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۲) ۴

(۱) ۲

(۴) ۸

(۳) ۶

۹- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $2 \cos x (\cos x - \sin x) = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

(۲) $\frac{7\pi}{2}$

(۱) $\frac{5\pi}{2}$

(۴) π

(۳) 2π

۱۰- معادله $\sin(\cos x) = \cos(\sin x)$ در بازه $[0, 4\pi]$ چند جواب دارد؟

(۲) ۲

(۱) صفر

(۴) ۶

(۳) ۴



هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
آشنایی با مقاطع مخروطی
صفحه‌های ۲۷ تا ۳۹

۱۱- فرض کنید A ماتریس مربعی از مرتبه ۳ باشد. اگر $A^2 = A + I$ و $|A| = -1$ ، دترمینان ماتریس

$A + 2I$ ، کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

(۱) ۵ (۲) ۳

(۳) -۲ (۴) $5\sqrt{5}$

۱۲- فرض کنید $A = [(i - j)^2]_{3 \times 3}$ باشد. دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

(۱) ۸ (۲) $\frac{1}{8}$

(۳) -۸ (۴) $-\frac{1}{8}$

۱۳- اگر $\begin{vmatrix} b+1 & 1 & b \\ b & b+1 & b \\ 1 & b & 2 \end{vmatrix} = 8$ باشد، آنگاه مقدار b کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۲

(۳) -۲ (۴) ۳

۱۴- اگر ۲ واحد به درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس زیر اضافه کنیم، حاصل دترمینان ۲ برابر می‌شود. x کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ x & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) -۱ (۴) -۲

۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه $|BA| + |AB|$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۵

(۳) -۵ (۴) ۶

۱۶- اگر A ماتریس مربعی از مرتبه ۳ و $|A| = -4$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۲۵۶
(۳) -۱۶
(۴) -۲۵۶

۱۷- کدام نقطه روی خط به معادله $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ قرار دارد؟

- (۱) $(\frac{1}{3}, 0)$
(۲) $(0, -\frac{1}{3})$
(۳) $(1, \frac{1}{3})$
(۴) $(1, 1)$

۱۸- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از چهار ضلع مستطیل $ABCD$ ($AB > BC$) به یک فاصله باشند، کدام است؟

- (۱) خطی موازی ضلع AB
(۲) خطی موازی ضلع BC
(۳) محل تقاطع دو قطر مستطیل
(۴) تهی

۱۹- در مثلث ABC ، مساحت مثلث و طول ضلع BC ، مقادیر ثابتی هستند. مکان هندسی نقطه همرسی میانه‌های این مثلث کدام است؟

- (۱) خطی موازی با BC
(۲) خطی عمود بر BC
(۳) دو خط موازی با BC
(۴) دایره‌ای به قطر BC

۲۰- دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱۰ و سکه‌ای به شعاع ۲ مفروض‌اند. سکه را روی دایره پرتاب می‌کنیم. مساحت مکان هندسی مرکز سکه به شرطی که سکه کاملاً درون دایره قرار داشته باشد، کدام است؟

- (۱) 64π
(۲) 96π
(۳) 36π
(۴) 100π





ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰

۲۱- اگر معادله $15x - 12y = 2a - 1$ در مجموعه Z دارای جواب باشد، آن گاه a کدام است؟ ($a, k \in Z$)

$$(1) \quad 3k + 2$$

$$(2) \quad 5k + 2$$

$$(3) \quad 3k + 1$$

$$(4) \quad 5k + 1$$

۲۲- در معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ ، مقدار y به کدام دسته هم‌نهبستی تعلق دارد؟ ($x, y \in Z$)

$$(1) \quad [4]_9$$

$$(2) \quad [5]_9$$

$$(3) \quad [3]_9$$

$$(4) \quad [6]_9$$

۲۳- اگر باقی‌مانده‌های تقسیم دو عدد چهاررقمی $\overline{3m2n}$ و $\overline{n2m3}$ بر ۱۱ برابر باشد، باقیمانده تقسیم عدد $m+n$ بر ۱۱، کدام

است؟

$$(1) \quad 10$$

$$(2) \quad 8$$

$$(3) \quad 5$$

$$(4) \quad 3$$

۲۴- اگر باقی‌مانده تقسیم $3x + 2$ بر ۵، برابر ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم $4x + 3$ بر ۱۰ کدام است؟

$$(1) \quad \text{صفر}$$

$$(2) \quad 1$$

$$(3) \quad 2$$

$$(4) \quad 3$$

۲۵- اگر یک رابطه هم‌نهبستی، Z را به ۸ کلاس افراز کند و $5a$ ، $3a+b$ و $4a-2$ همگی در یک کلاس قرار داشته باشند، در

این صورت چند عدد طبیعی دو رقمی برای b وجود خواهد داشت؟

$$(1) \quad 9$$

$$(2) \quad 10$$

$$(3) \quad 11$$

$$(4) \quad 12$$



۲۶- معادله سیاله $a^2 + 1 = 5x + 10y$ ، به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی a دارای جواب است؟

۱۲ (۱) ۳۶ (۲)

۲۴ (۳) ۱۸ (۴)

۲۷- عدد $\overline{43a57}$ بر ۹ بخش پذیر است. باقی مانده تقسیم آن بر ۱۱ کدام است؟

۶ (۱) ۵ (۲)

۸ (۳) صفر (۴)

۲۸- اعداد صحیح x و y در معادله $23x + 45y^2 = 1000$ صدق می کنند. باقی مانده تقسیم x بر ۹ کدام است؟

۷ (۱) ۶ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

۲۹- به ازای کدام مقدار n ، معادله سیاله $(2m^2 + 1)x + (2m - 4)y = n$ ، همواره در Z جواب دارد؟

۴۹ (۱) ۵۴ (۲)

۶۶ (۳) ۷۵ (۴)

۳۰- به ازای چند مقدار a ، باقی مانده تقسیم عدد $\overline{13a79}$ بر دو عدد ۹ و ۱۱ یکسان است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) هیچ (۴)



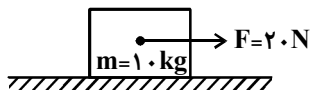
فیزیک

فیزیک

دینامیک و حرکت دایره‌ای

صفحه‌های ۳۵ تا ۶۰

۳۱- در شکل زیر، نیروی افقی $F = 20 \text{ N}$ بر جسمی به جرم 10 kg وارد می‌شود و جسم هم‌چنان ساکن



است. در این صورت کدامیک از گزینه‌های زیر، الزاماً صحیح است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۱) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم کوچک‌تر از $0/2$ است.

(۲) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم بزرگ‌تر یا مساوی $0/2$ است.

(۳) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم کوچک‌تر از $0/2$ است.

(۴) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم بزرگ‌تر یا مساوی $0/2$ است.

۳۲- جسمی را با سرعت افقی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی یک سطح افقی که ضریب اصطکاک جنبشی آن برابر با $0/2$ است، پرتاب می‌کنیم. چند

ثانیه طول می‌کشد تا جسم متوقف شود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۱) ۱۰ (۲) ۵

(۳) ۲۵ (۴) باید جرم جسم معلوم باشد.

۳۳- اتومبیلی به جرم ۱ تن پس از طی مسافت 500 m با شتاب ثابت، اندازه سرعتش از $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ می‌رسد. اندازه نیروی

خالص وارد بر اتومبیل چند نیوتون است؟

(۱) ۶۰۰ (۲) ۳۰۰

(۳) ۱۲۰۰ (۴) ۱۸۰۰



۳۴- شخصی به جرم 60kg درون یک آسانسور به جرم 80kg ایستاده است. وقتی آسانسور از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت

می‌کند، اندازه نیروی کشش کابل آن برابر با 7740N می‌شود. در این حالت اندازه نیرویی که از طرف کف آسانسور به شخص وارد می‌شود،

چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۵۴۰ (۱) ۶۰۰ (۲)

۶۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

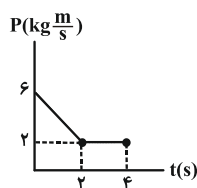
۳۵- جسمی به جرم m را با سرعت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی یک سطح افقی پرتاب می‌کنیم. اگر ضریب اصطکاک جنبشی سطح با جسم برابر 0.2

باشد، جسم در دو ثانیه آخر حرکت خود روی این سطح چند متر را طی می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۱ (۱) $1/5$ (۲)

۲ (۳) ۴ (۴)

۳۶- نمودار تکانه- زمان جسمی به جرم 2kg مطابق شکل زیر است. اندازه سرعت متوسط این جسم در 4 ثانیه اول حرکتش چند متر



بر ثانیه است؟

0.5 (۱) ۱ (۲)

$1/5$ (۳) ۳ (۴)

۳۷- اندازه تکانه اتومبیلی به جرم یک تن با اندازه تکانه کامیونی به جرم پنج تن برابر است. انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی

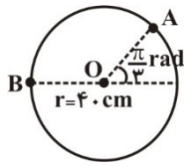
جنبشی اتومبیل است؟

۵ (۱) ۲۵ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴)



۳۸- مطابق شکل زیر، ذره‌ای که بر روی محیط دایره‌ای به شعاع 40 cm حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد، در مدت 2 s از نقطه A



به نقطه B می‌رسد. کمینه تندی این ذره چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

(۱) $0/1$ (۲) $0/2$

(۳) $0/3$ (۴) $0/4$

۳۹- خشک کن یک لباسشویی به صورت استوانه‌ای با محور قائم به شعاع 1 m است که با دوران سریع خود می‌تواند لباس‌ها را خشک

کند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی لباس‌ها با سطح داخلی استوانه برابر با $0/4$ باشد، بیشینه دوره حرکت دورانی استوانه قائم چند

ثانیه باشد تا لباس‌ها فرو نریزند؟ ($\pi = 3, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) 5 (۲) $2/4$

(۳) $1/2$ (۴) 3

۴۰- اگر جرم سیاره‌ای نصف جرم زمین و شعاع آن ۲ برابر شعاع زمین باشد، اندازه شتاب گرانش در سطح این سیاره چند برابر اندازه

شتاب گرانش در سطح زمین است؟

(۱) 1 (۲) $1/2$

(۳) $1/4$ (۴) $1/8$



شیمی

شیمی

آسایش و رفاه در سایه شیمی
صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰

۴۱- با توجه به ساختار و نحوه کارکرد سلول گالوانی روی - مس، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) رنگ نیم‌سلول کاتدی با گذشت زمان پررنگ تر می‌شود.

(۲) نیروی الکتروموتوری سلول (emf) از رابطه $emf = E^\circ(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) - E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn})$ به دست می‌آید.

(۳) پس از مدتی کار کردن سلول، جرم کاتد و آند به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد که بزرگی این تغییرات جرمی با هم برابر نیست.

(۴) جهت حرکت الکترون در مدار خارجی با جهت حرکت آنیون از دیواره متخلخل مخالف است.

۴۲- با توجه به واکنش‌های فرضی زیر، چند مورد درست است؟

a) $A + B^{3+} \rightarrow B + A^{2+} \Rightarrow$ انجام پذیر است.

b) $C + A^{2+} \rightarrow C^+ + A \Rightarrow$ انجام پذیر نیست.

(آ) مقایسه بین پتانسیل‌های کاهش استاندارد مواد به صورت: $B > C > A$ است.

(ب) اگر واکنش b را به صورتی انجام پذیر تغییر دهیم و موازنه کنیم ضریب گونه کاتدی در واکنش جدید با ضریب گونه کاتدی در واکنش a پس از موازنه برابر خواهد بود.

(پ) اگر واکنش a در یک سلول گالوانی رخ دهد، جهت حرکت الکترون‌ها در سیم به سمت نیم‌سلول A خواهد بود.

(ت) اگر B در سری الکتروشیمیایی در جایگاه بالاتری نسبت به C قرار داشته باشد، emf واکنش a از emf عکس واکنش b بیشتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۳- با توجه به جدول پتانسیل کاهش عناصر، مشخص کنید در کدام گزینه نوشته شده قوی‌ترین کاهنده در بین گونه‌های داده شده است؟

Mg (۴)

 Al^{3+} (۳)

Ag (۲)

 Au^{3+} (۱)

۴۴- کدام گزینه، با توجه به جدول پتانسیل کاهش استاندارد نیم سلول‌ها، واکنشی انجام پذیر در جهت طبیعی است؟

 $\text{Pt} + 2\text{Ag}^+ \rightarrow \text{Pt}^{2+} + 2\text{Ag}$ (۲) $\text{Mg}^{2+} + 2\text{Ag} \rightarrow 2\text{Ag}^+ + \text{Mg}$ (۱) $2\text{Al} + 3\text{Mn}^{2+} \rightarrow 2\text{Al}^{3+} + 3\text{Mn}$ (۴) $\text{Fe}^{2+} + 2\text{H} \rightarrow 2\text{H}^+ + \text{Fe}$ (۳)

۴۵- کدام عبارت در رابطه با لیتیم درست است؟

(۱) کم‌ترین چگالی را در بین مواد دارد.

(۲) کاهنده‌ترین فلز است.

(۳) فقط در ساخت باتری‌های قابل شارژ کاربرد دارد.

(۴) با وجود افزایش تقاضا برای باتری‌های لیتیومی، این فلز جایگاه ممتازی در تأمین انرژی جهان ندارد.



۴۶- در صورت قرار دادن تیغه منیزیمی ۱۲ گرمی در محلول آبی نقره سولفات، پس از مبادله $3/01 \times 10^{23}$ الکترون کدام گزینه رخ

خواهد داد؟ ($Mg = 24, Ag = 108: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱۲ گرم از جرم تیغه منیزیم کم خواهد شد.
- (۲) ۵۴ گرم نقره، رسوب خواهد کرد.
- (۳) جرم مواد جامد در ابتدا و انتهای واکنش براساس قانون پایستگی جرم ثابت خواهد بود.
- (۴) ۱۲ گرم از جرم تیغه منیزیم کم و ۱۰۸ گرم نقره، رسوب خواهد کرد.

۴۷- با توجه به جدول زیر که در ارتباط با واکنش تیغه‌های فلزی مختلف با محلول مس (II) سولفات در دمای $20^{\circ}C$ است، در کدام

نام فلز	نشانه شیمیایی فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^{\circ}C$)
آهن	Fe	۲۳
طلا	Au	۲۰
روی	Zn	۲۶
مس	Cu	۲۰

گزینه مقایسه به درستی صورت گرفته است؟

(۱) اکسندگی: $Zn^{2+} > Fe^{2+}$

(۲) تمایل به کاهش: $Cu^{2+} < Zn^{2+}$

(۳) emf سلول گالوانی که واکنش مشابه در آن رخ می‌دهد: $Zn > Fe$

(۴) E° فلز: $Cu < Fe$

۴۸- در واکنش فلز با محلول اسید، و نمک تولید می‌شود و کاهش می‌یابد.

- (۱) آب - اسید (۲) هیدروژن - اسید (۳) آب - فلز (۴) هیدروژن - فلز

۴۹- رنگ محلول آندی کدام واکنش به درستی ذکر شده است؟

- (۱) تیغه مس با محلول روی سولفات - بی‌رنگ
- (۲) تیغه روی با محلول مس (II) سولفات - آبی
- (۳) سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های آلومینیم و مس - نارنجی
- (۴) سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های نقره و مس - آبی

۵۰- کدام گزینه در رابطه با SHE درست است؟

- (۱) یک سلول گالوانی با emf صفر است.
- (۲) نیم سلولی حاوی کاتد هیدروژن است.
- (۳) پتانسیل کاهش آن از آلومینیم برخلاف نقره بیشتر است.
- (۴) در آن نیم واکنش $2H^{+}(aq) + 2e \rightarrow H_2(g)$ رخ می‌دهد.



حسابان ۲

گزینه ۲ - ۱

(امیر زرانروز)

در توابع $y = a \cos bx$ و $y = a \sin bx$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ می باشد،

بنابراین داریم: $(a, b \neq 0)$

$$y = 3 - 5 \sin ax \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$y = 1 + \cos 3x \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$T_1 = 2T_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = 2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{|a|} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ - ۲

(علی اکبر دلداره)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$y = \sin x \cos 2x + 2 \cos^2 x \sin x = \sin x \cos 2x + (2 \cos x \sin x) \cos x$$

$$\Rightarrow y = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$$

$$\Rightarrow y = \sin 3x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۲ - ۳

(سید عارف حسینی)

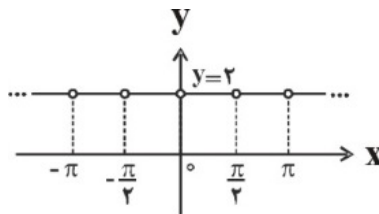
شاید در مرحله اول به نظر برسد که تابع

$$f(x) = \tan^2 x + \cot^2 x + 2 - \tan^2 x - \cot^2 x = 2$$

تابع متناوب است و با توجه به انفصالات توابع $\tan x$ و $\cot x$ نمودار

آن به صورت زیر خواهد بود. دوره تناوب تابع، فاصله بین دو انفصال

متوالی است و برابر $\frac{\pi}{2}$ است.



توجه کنید که مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$ به خاطر عبارت \tan و مضارب زوج آن

به خاطر عبارت \cot جزو دامنه تابع نیست.

گزینه ۱ - ۴

(شاهرخ مموری)

اگر $\hat{ADC} = \beta$ و $\hat{BDC} = \gamma$ ، آنگاه $\alpha = \beta - \gamma$. از طرفی:

$$\tan \beta = \frac{AC}{CD} = \frac{5}{1} = 5$$

$$BC = AC - AB = 2 \Rightarrow \tan \gamma = \frac{BC}{CD} = \frac{2}{1} = 2$$

از روی بسط عبارت های $\sin(\beta \pm \gamma)$ و $\cos(\beta \pm \gamma)$ ، که از حسابان ۱ به یاد داریم، به سادگی به دست می آید که:

$$\tan(\beta \pm \gamma) = \frac{\tan \beta \pm \tan \gamma}{1 \mp \tan \beta \tan \gamma}$$

بنابراین در این سؤال داریم:

$$\tan \alpha = \tan(\beta - \gamma) = \frac{\tan \beta - \tan \gamma}{1 + \tan \beta \tan \gamma} = \frac{5 - 2}{1 + 5 \times 2} = \frac{3}{11}$$

گزینه ۳ - ۵

(امیر زرانروز)

$$\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\cos \alpha (2 \tan \alpha + 1)}{\cos \alpha (\tan \alpha + 2)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 6 \tan \alpha + 3 = 2 \tan \alpha + 4 \Rightarrow 4 \tan \alpha = 1 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ - ۶

(سید علی حسینی)

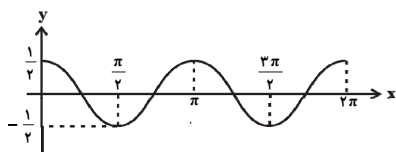
برای رسم نمودار این تابع، ابتدا $y = \frac{1}{2} \cos 2x$ را با به دست آوردن مقادیر

حداکثر، حداقل و دوره تناوب تابع رسم می کنیم و سپس نمودار را به اندازه $\frac{1}{2}$

روی محور y ها به بالا انتقال می دهیم:

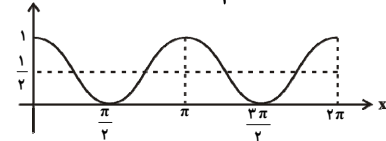
$$\frac{2\pi}{2} = \pi = \text{دوره تناوب}, \quad -\frac{1}{2} = \text{مقدار حداقل}, \quad \frac{1}{2} = \text{مقدار حداکثر}$$

$$y = \frac{1}{2} \cos 2x:$$



نمودار تابع $y = \frac{1}{2} \cos 2x$ را به اندازه

$\frac{1}{2}$ روی محور y ها به بالا انتقال می دهیم



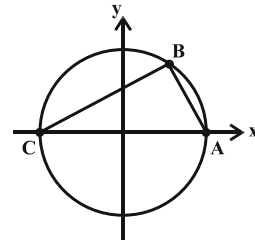
بنابراین $a = 1$ و $b = \frac{3\pi}{2}$ است، پس:

$$a + b = 1 + \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi + 2}{2}$$



گزینه «۱» -۷

(مبید ستاری)



$$\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pi \end{cases} \Rightarrow \text{نقاط } C \text{ و } A \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{نقطه } B \end{cases}$$

چند ضلعی حاصل، یک مثلث قائم الزاویه است؛ زیرا زاویه B، روبه‌رو به کمان

۱۸۰° است.

گزینه «۲» -۸

(معمرد رضا شوکتی بیرق)

$$\cos^2 x + \tan x \sin^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x + \frac{\sin x}{\cos x} \times \sin^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 x \cos x + \sin^2 x \sin x}{\cos x} = 0 \Rightarrow \frac{\cos^3 x}{\cos x} = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}; (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ قابل قبول نیست، زیرا به ازای آنها $\tan x$ نامعین است.

گزینه «۲» -۹

(غره‌ها ر فامی)

$$\sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{2} \sin x \cos x = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos^2 x - 1 = \sqrt{2} \sin x \cos x \Rightarrow \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \Rightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}; (k \in \mathbb{Z})$$

پس جواب‌ها عبارت‌اند از:

$$\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{8}, \pi + \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{8} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = \frac{7\pi}{2}$$

(عنايت اله كشاورزی)

گزینه «۱» -۱۰

$$\sin(\cos x) = \cos(\sin x)$$

$$\Rightarrow \sin(\cos x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \sin x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - \sin x \\ \cos x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} + \sin x \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x - \sin x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\cos x \pm \sin x = \sqrt{2} \cos \left(x \mp \frac{\pi}{4} \right)$$

این یعنی $(\cos x \pm \sin x) \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ ، اما عبارت $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ، هیچ‌گاه

در این بازه قرار نمی‌گیرد، بنابراین معادله مورد نظر جواب ندارد.



هندسه ۳

۱۱- گزینه «۴»

(آژنگ نویر)

$$(A + 2I)^2 = A^2 + 4A + 4I = A^2 + 4(A + I) = 5A^2$$

$$|A + 2I|^2 = |5A^2| = 5^3 |A^2| = 5^3 |A|^2 = 125$$

$$\Rightarrow |A + 2I| = \pm\sqrt{125} = \pm 5\sqrt{5}$$

۱۲- گزینه «۲»

(مهردار ملونری)

$$A = [(i - j)^2]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$|A| = (0 + 4 + 4) - (0 + 0 + 0) = 8$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{8}$$

۱۳- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

$$\begin{vmatrix} b+1 & 1 & b \\ b & b+1 & b \\ 1 & b & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [2(b+1)^2 + b^2 + b] - [b(b+1) + b^2(b+1) + 2b]$$

$$= (2b^2 + 4b + 2 + b^2 + b) - (b^2 + b + b^3 + b^2 + 2b) = 2b + 2$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$2b + 2 = 8 \Rightarrow 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

۱۴- گزینه «۳»

(هنریک سرکیسیان)

دترمینان ماتریس مفروض برابر است با:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ x & 1 & 0 \end{vmatrix} = (0 + 10x + 6) - (3x + 5 + 0) = 7x + 1$$

حال اگر ۲ واحد به درایه سطر دوم و ستون سوم این ماتریس افزوده شود،

آنگاه دترمینان ماتریس حاصل برابر است با:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \\ x & 1 & 0 \end{vmatrix} = (0 + 14x + 6) - (3x + 7 + 0) = 11x - 1$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$11x - 1 = 2(7x + 1) \Rightarrow 11x - 1 = 14x + 2 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$$

۱۵- گزینه «۳»

(کازم باقرزاده)

با توجه به این که A ماتریسی 3×2 و B ماتریسی 2×3 است، پس $|AB| = 0$

است.

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |BA| = 25 - 30 = -5 \Rightarrow |AB| + |BA| = -5$$

۱۶- گزینه «۲»

(علی اکبر جعفری)

$$||A|A| = |A|^3 \times |A| = |A|^4 = (-4)^4 = 256$$

تذکر: اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه n باشد، آنگاه داریم:

$$|kA| = k^n |A|$$



۱۷- گزینه «۱»

(ممبریوار نوری)

حاصل دترمینان را با بسط حول سطر اول به دست می آوریم:

$$x \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -2x - 3y + 1 = 0 \Rightarrow 2x + 3y = 1$$

$$\left(\frac{1}{4}, 0\right) \Rightarrow 2\left(\frac{1}{4}\right) + 3(0) = 1$$

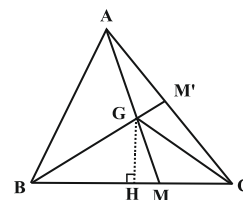
۱۸- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

برای این که نقطه‌ای از ۴ ضلع مستطیل به یک فاصله باشد، لازم است روی نیمساز هر ۴ رأس قرار داشته باشد. اما نیمسازهای داخلی زوایای مستطیل هم‌رس نیستند، بلکه از تقاطع آن‌ها، یک مربع پدید می‌آید. بنابراین نقطه‌ای وجود ندارد که از ۴ ضلع مستطیل به یک فاصله باشد.

۱۹- گزینه «۳»

(مهمیری ناظمی)



مساحت مثلث ABC ثابت است. از طرفی می‌دانیم اگر نقطه G، نقطه هم‌رسی

$$S_{\triangle BGC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

میانه‌ها در مثلث ABC باشد، آنگاه

پس $S_{\triangle BGC}$ ثابت است و چون قاعده BC در این مثلث، ثابت می‌باشد، پس

طول ارتفاع GH نیز ثابت می‌باشد. یعنی نقطه هم‌رسی میانه‌ها، همواره به فاصله ثابتی از پاره خط BC قرار دارد.

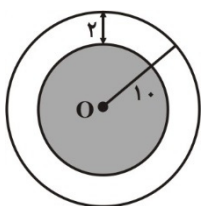
بنابراین مکان هندسی نقطه G (نقطه هم‌رسی میانه‌ها)، دو خط موازی با BC در طرفین آن می‌باشد.

۲۰- گزینه «۱»

(رسول ممسنی منش)

برای این که سکه کاملاً درون دایره قرار بگیرد، مرکز سکه باید از محیط دایره حداقل ۲ واحد فاصله داشته باشد. مکان هندسی نقاطی که درون دایره حداقل به فاصله ۲ واحد از محیط باشند، دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۸ واحد است، بنابراین مساحت مکان هندسی مورد نظر برابر است با:

$$S = \pi(8)^2 = 64\pi$$



ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۱»

(ممبررضا دلورنژار)

می‌دانیم شرط وجود جواب معادله سیالیه خطی $ax + by = c$ این است که $c | (a, b)$ پس داریم:

$$1 \equiv 2a - 1 \pmod{3} \Rightarrow 2a - 1 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 2a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow a = 3k + 2 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۲۲- گزینه «۱»

(علی سعیری زار)

چون فقط یکی از متغیرها را می‌خواهیم، بهتر است به معادله هم‌نهشتی تبدیل کنیم:

$$9x + 13y \equiv 7 \pmod{17} \Rightarrow 13y \equiv 7 - 9x \pmod{17} \Rightarrow 4y \equiv 7 - 9x \pmod{17} \Rightarrow 4y \equiv 16 - 9x \pmod{17}$$

$$\Rightarrow y \equiv 4 - 9x \pmod{17}$$



۲۳- گزینه «۳»

(مهمعلی نازپرور)

$$\frac{11}{3m^2n} \equiv n - 2 + m - 3$$

$$\frac{11}{n^2m^3} \equiv 3 - m + 2 - n$$

$$\frac{11}{3m^2n} \equiv \frac{11}{n^2m^3} \Rightarrow n + m - 5 \equiv 5 - m - n$$

$$\Rightarrow 2m + 2n \equiv 10 \Rightarrow m + n \equiv 5$$

۲۴- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

$$3x + 2 \equiv 3 \Rightarrow 3x \equiv 1 \Rightarrow 3x \equiv 1 + 5$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 6 \Rightarrow x \equiv 2 \Rightarrow x = 5k + 2$$

$$4x + 3 = 4(5k + 2) + 3 = 20k + 11 = 10(2k + 1) + 1 = 10m + 1$$

در نتیجه باقی مانده تقسیم $4x + 3$ بر 10 برابر یک خواهد شد.

۲۵- گزینه «۳»

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$\frac{8}{5a} \equiv 4a - 2 \Rightarrow a \times 10^0 + 5 \times 10^1 \equiv 4a - 2 \Rightarrow a + 50 \equiv 4a - 2$$

$$\Rightarrow 3a \equiv 52 \Rightarrow 3a \equiv 4 \Rightarrow 3a \equiv 12 \Rightarrow a \equiv 4 \xrightarrow{a \text{ رقم است}} a = 4$$

$$3a + b \equiv 4a - 2 \Rightarrow a \times 10^0 + 3 \times 10^1 + b \equiv 4a - 2$$

$$\Rightarrow a + 30 + b \equiv 4a - 2 \xrightarrow{a=4} 34 + b \equiv 16 - 2$$

$$\Rightarrow b \equiv -20 \Rightarrow 8 | b + 20 \Rightarrow b = 8k - 20$$

$$10 \leq 8k - 20 < 100 \Rightarrow 30 \leq 8k < 120$$

$$\Rightarrow 4 \leq k \leq 14 \Rightarrow k \text{ تعداد: } 14 - 4 + 1 = 11$$

۲۶- گزینه «۲»

(سیرامیر ستوده)

$$(5, 10) | a^2 + 1 \Rightarrow 5 | a^2 + 1 \Rightarrow a^2 \equiv -1 \equiv 4$$

$$\Rightarrow a = 5k + 2 \text{ یا } a = 5k + 3$$

اعداد دو رقمی a عبارتند از:

$$12, 17, \dots, 97 \rightarrow \text{اعداد}$$

$$13, 18, \dots, 98 \rightarrow \text{اعداد}$$

بنابراین در مجموع، به ازای ۳۶ عدد طبیعی دو رقمی a ، این معادله سیاله

دارای جواب است.

۲۷- گزینه «۴»

(علی سعیدی زار)

عددی بر ۹ بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۹ بخش پذیر باشد.

$$7 + 5 + a + 3 + 4 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -19 \equiv 8 \xrightarrow{0 \leq a < 9} a = 8$$

$$\frac{11}{42857} \equiv 7 - 5 + 8 - 3 + 4 \equiv 0$$

۲۸- گزینه «۳»

(مهمورد رضا اسلامی)

از آنجا که باقی مانده x بر ۹ مورد نظر است، طرفین معادله را در پیمانه ۹ با

یکدیگر برابر قرار می دهیم:

$$\begin{cases} 23x + 45y^2 \equiv 23x + 9 \times 5y^2 \equiv 5x + 0 \equiv 5x \\ 1000 \equiv 1000 - 999 \equiv 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5x \equiv 1 \Rightarrow 5x \equiv 1 + 9 \equiv 10 \equiv 5 \times 2 \Rightarrow x \equiv 2$$

بنابراین باقی مانده تقسیم x بر ۹ برابر ۲ است.



۲۹- گزینه «۲»

(علیرضا سیف)

$$(2m^2 + 1, 2m - 4) = d$$

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 2m - 4 \Rightarrow d \mid 2m^2 - 4m \\ d \mid 2m^2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid 4m + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 2m - 4 \Rightarrow d \mid 4m - 8 \\ d \mid 4m + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid 9$$

بنابراین برای آن که معادله همواره دارای جواب باشد، n باید مضرب ۹ باشد.

۳۰- گزینه «۴»

(امیر حسین ابومصوب)

$$\overline{13a79} \equiv 1 + 3 + a + 7 + 9 \equiv a + 20 \equiv a + 2$$

$$\overline{13a79} \equiv 9 - 7 + a - 3 + 1 \equiv a$$

با توجه به این که a یک رقم است و در نتیجه $0 \leq a \leq 9$ ، پس به ازای هیچ

مقدار a ، باقی مانده تقسیم عدد $\overline{13a79}$ بر دو عدد ۹ و ۱۱، یکسان نخواهد

بود.



فیزیک

۳۱- گزینه «۴»

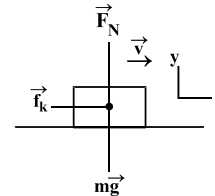
(سیامک قهرمانی)

چون جسم ساکن است، بنابراین مقصود سؤال ضریب اصطکاک ایستایی است و گزینه‌های «۱» و «۲» نمی‌توانند جواب سؤال باشند. از طرف دیگر چون جسم با نیروی $F = 20\text{ N}$ ساکن مانده است، اندازه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بزرگ‌تر و یا مساوی با 20 N است و داریم:

$$f_{s,\max} \geq 20 \Rightarrow mg\mu_s \geq 20 \Rightarrow \mu_s \geq \frac{20}{10 \times 10} \Rightarrow \mu_s \geq 0.2$$

۳۲- گزینه «۲»

(معصومه علیزاده)



تنها نیرویی که در راستای حرکت بر جسم وارد می‌شود، نیروی اصطکاک است و می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -mg\mu_k = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

$$\Rightarrow a = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت - زمان داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 10 \Rightarrow t = 5\text{ s}$$

۳۳- گزینه «۱»

(ممسن توانا)

ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، شتاب اتومبیل را به دست می‌آوریم:

$$v_2 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_1 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta x = 500\text{ m}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 25^2 - 5^2 = 2 \times a \times 500 \Rightarrow a = 0.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل را به دست

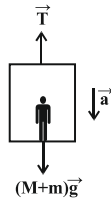
$$\text{می‌آوریم: } (1000\text{ kg} = 1\text{ تن})$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 1000 \times 0.6 = 600\text{ N}$$

(مصطفی کیانی)

۳۴- گزینه «۱»

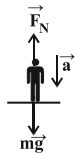
ابتدا قانون دوم نیوتون را برای مجموعه شخص و آسانسور به کار می‌بریم و شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.



$$T - (M + m)g = (M + m)a$$

$$\Rightarrow 7740 - (800 + 60) \times 10 = (800 + 60)a \Rightarrow a = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

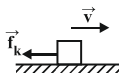
اکنون قانون دوم نیوتون را برای شخص به کار می‌بریم و نیرویی که از طرف کف آسانسور بر آن وارد می‌شود را به دست می‌آوریم.



$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 60 \times 10 = 60 \times (-1) \Rightarrow F_N = 540\text{ N}$$

(نصیراله افاضل)

۳۵- گزینه «۴»



پس از پرتاب جسم روی سطح افقی، تنها نیروی اصطکاک بر جسم اثر می‌کند و به آن شتاب می‌دهد. با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -mg\mu_k = ma$$

$$\Rightarrow a = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

برای محاسبه جابه‌جایی جسم در دو ثانیه آخر حرکتش می‌توان نوشت:

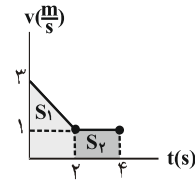
$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow{v=0} \Delta x = -\frac{1}{2} \times (-2) \times 2^2 + 0$$

$$\Rightarrow \Delta x = 4\text{ m}$$



۳۶- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرد)



ابتدا با استفاده از رابطه $p = mv$ نمودار سرعت- زمان جسم را رسم می کنیم:

$$v_0 = \frac{p_0}{m} = \frac{6}{2} = 3 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = \frac{p_2}{m} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s}$$

از طرف دیگر مساحت سطح محصور در زیر نمودار $v-t$ با محور زمان برابر

با جابه جایی متحرک می باشد و می توان نوشت:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{3+1}{2} \times 2 + 2 \times 1 = 6m$$

در نهایت با استفاده از تعریف سرعت متوسط می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6}{4} = 1.5 \frac{m}{s}$$

۳۷- گزینه «۳»

(سراسری ریاضی - ۱۹)

با توجه به رابطه $p = mv$ می توان نوشت:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{m_1 = 1000kg}{m_2 = 5000kg} \times 1000 v_1 = 5000 v_2$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{5}$$

حال با استفاده از رابطه انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right) \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{5000}{1000}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5}$$

۳۸- گزینه «۴»

(ناصر فوارزمی)

کمینه تندی ذره در حالتی است که در مدت زمان یاد شده، کمترین مسافت را

از A تا B طی کند، بنابراین باید در خلاف جهت عقربه های ساعت از A به

B رسیده باشد، در این حالت در مدت ۲s، ذره $\frac{1}{3}$ محیط دایره را طی

می کند، در نتیجه دوره حرکت آن برابر است با:

$$T = 2 \times 3 = 6s$$

بنابراین می توان نوشت:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow 6 = \frac{2 \times 3 \times \pi \times 0.4}{v} \Rightarrow v = 0.4 \frac{m}{s}$$

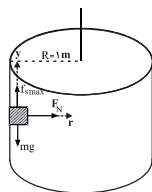
(بابک اسلامی)

۳۹- گزینه «۳»

شرط آن که لباسها به پایین نریزند، آن است که نیروی وزن آنها بیش از

نیروی اصطکاک نباشد، در حالت حدی می توان نوشت:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow f_{s,max} = mg \Rightarrow \mu_s F_N = mg \Rightarrow F_N = \frac{mg}{\mu_s}$$



از طرف دیگر نیروی عمودی که جداره استوانه بر لباسها وارد می کند باید

نیروی مرکزگری لازم جهت حرکت دایره ای آنها را تأمین کند، بنابراین

می توان نوشت:

$$(F_{net})_x = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{v = \frac{2\pi r}{T}}{(F_{net})_x = F_N} \Rightarrow F_N = mr \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{\mu_s} = mr \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r\mu_s}{g}} = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{1 \times 0.4}{10}} = 1.2s$$

(ابراهیم قلی دوست)

۴۰- گزینه «۴»

می دانیم شتاب گرانش در سطح سیاره ای به جرم M و شعاع R از رابطه

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

به دست می آید، بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{g_s}{g_e} = \frac{G \frac{M_s}{R_s^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} \xrightarrow{M_s = \frac{1}{2} M_e, R_s = 2R_e} \frac{g_s}{g_e} = \frac{\frac{1}{2} M_e}{(2R_e)^2} \times \frac{R_e^2}{M_e} = \frac{1}{8}$$



شیمی

۴۱- گزینه «۱»

(شهرزاد مسین زاده)

با گذشت زمان، از غلظت Cu^{2+} کاسته می شود، بنابراین رنگ نیم سلول کاتدی کم رنگ تر خواهد شد. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۲»: مس کاتد و روی آند است. (آند) $-E^{\circ}$ (کاتد) $emf = E^{\circ}$

گزینه «۳»: جرم کاتد و آند به ترتیب افزایش و کاهش می یابد که به دلیل برابر بودن مول Cu^{2+} تبدیل شده به Cu و Zn تبدیل شده به Zn^{2+} ، به دلیل عدم برابری جرم مولی آن دو، تغییرات جرمی برابر نخواهد بود.

گزینه «۴»: الکترون از آند به کاتد و آنیون از کاتد به آند مهاجرت می کند.

۴۲- گزینه «۲»

(شهرزاد مسین زاده)

بررسی سایر موارد:

(آ) ممکن است به صورت $B > C > A$ یا $C > B > A$ باشد. نادرست

(ب) $2C^{+} + A \rightarrow A^{2+} + 2C$ و $2B^{3+} + 3A \rightarrow 2B + 3A^{2+}$ (درست)

(پ) جهت حرکت الکترون ها در سیم به سمت نیم سلول کاتدی یا B است.

(ت) در این صورت: $E_B^{\circ} > E_C^{\circ} > E_A^{\circ} \Rightarrow emf_a > emf_b'$

۴۳- گزینه «۴»

(شهرزاد مسین زاده)

قوی ترین کاهنده بیشترین تمایل را برای اکسید شدن دارد. کاتیون های مذکور این

توانایی را ندارند. در بین Ag و Mg پتانسیل کاهشی استاندارد Ag بیشتر است

و Mg کاهنده قوی تری است.

۴۴- گزینه «۴»

(شهرزاد مسین زاده)

در گزینه های «۱»، «۲» و «۳»، عنصری با پتانسیل کاهشی بزرگتر، اکسایش یافته است که نادرست است (هر چه پتانسیل کاهشی بزرگتر باشد، عنصر اکسندۀ تر است).

۴۵- گزینه «۲»

(شهرزاد مسین زاده)

در بین فلزات کمترین E° را لیتیم دارد. یعنی قوی ترین کاهنده است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: در بین فلزات کمترین چگالی را دارد نه در بین همه مواد.

گزینه «۳»: در ساخت باتری های دگمه ای نیز کاربرد دارد.

گزینه «۴»: افزایش تقاضا برای باتری های لیتیومی، سبب شد این فلز جایگاه ممتازی

در تأمین انرژی جهان پیدا کند.

۴۶- گزینه «۲»

(شهرزاد مسین زاده)

واکنش به صورت: $Mg + 2Ag^{+} \rightarrow Mg^{2+} + 2Ag$

هم از جرم Mg کاسته می شود و هم مقداری Ag رسوب می کند؛ ضمناً به ازای هر

مول مبادله الکترون، نیم مول منیزیم اکسایش می یابد و یک مول یون نقره کاهش

می یابد.

$$gAg(s) \text{ تولید شده} = 3/01 \times 10^{23} e \times \frac{1 \text{ mol } e}{6/02 \times 10^{23} e} \times \frac{1 \text{ mol } Ag}{1 \text{ mol } e}$$

$$\times \frac{108 \text{ g } Ag}{1 \text{ mol } Ag} = 54 \text{ g } Ag$$

$$gMg(s) \text{ کم شده} = 3/01 \times 10^{23} e \times \frac{1 \text{ mole}}{6/02 \times 10^{23} e} \times \frac{1 \text{ mol } Mg}{1 \text{ mole}}$$

$$\times \frac{24 \text{ g } Mg}{1 \text{ mol } Mg} = 6 \text{ g } Mg$$

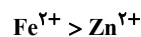


۴۷- گزینه «۳»

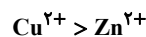
(شهرزاد مسین زاره)

هر چه دما بیشتر افزایش یافته باشد، یعنی تمایل فلز برای از دست دادن الکترون و قدرت کاهندگی بیشتر است.

گزینه «۱»: هر چه قدرت کاهندگی بیشتر باشد، قدرت اکسندگی کمتر است.



گزینه «۲»: هر چه قدرت کاهندگی بیشتر باشد، تمایل به کاهش کمتر است.



گزینه «۳»: هر چه آند قدرت کاهندگی بیشتر داشته باشد، emf بزرگتر است.

گزینه «۴»: هر چه ماده کاهنده تر باشد، E° آن کمتر است.

۴۸- گزینه «۲»

(شهرزاد مسین زاره)

در واکنش فلز با محلول اسید فلز اکسید می شود و اسید کاهش می یابد. در این واکنش ها، هیدروژن و نمک تولید می شود.

۴۹- گزینه «۴»

(شهرزاد مسین زاره)

گزینه «۱»: این دو با هم واکنش نمی دهند.

گزینه «۲»: آند روی است، بنابراین محلول آندی بی رنگ است.

گزینه «۳»: آند آلومینیم است، بنابراین محلول آندی بی رنگ است.

۵۰- گزینه «۳»

(شهرزاد مسین زاره)

آلومینیم برخلاف نقره پتانسیل کاهشی کوچکتر از صفر (مربوط به SHE) دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: نیم سلول است نه سلول؛ (SHE، نیم سلول استاندارد هیدروژن)

گزینه «۲»: نیم سلول تنها حاوی آند یا کاتد نیست؛ این اجزا مربوط به سلول اند که

بسته به نیم سلول ها، هر یک آند یا کاتد نام گذاری می شوند.

گزینه «۴»: در نیم سلول تنها واکنش رخ نمی دهد بلکه در سلول واکنش

