



دفترچه سؤال و پاسخ

آزمون غیر حضوری

سال یازدهم ریاضی

۱۶ آذر ۱۳۹۷

(مباحث آزمون ۳۰ آذر ۹۷)

گروه فنی و تولید:

مستول تولید آزمون	معصومه علیزاده
مستول دفترچه کتاب کار	فرزانه پورعلیرضا
گروه حروف چینی	فرزانه فتح‌الله‌زاده
ناظر چاپ	علیرضا سعدآبادی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان (۱)

حسابان (۱)

تابع (کل فصل ۲)

صفحه‌های ۳۷ تا ۷۰

۱- اگر $f = \{(4, 2), (a, 5), (4, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ یک تابع یک‌به‌یک باشد، زوج مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(2, -1)$
- (۲) $(2, 4)$
- (۳) $(-1, 4)$
- (۴) $(2, 2)$

۲- کدام گزینه بیانگر تابعی وارون پذیر است؟

- (۱) $y = |x| + 1 - x$
- (۲) $y = 1 - 3|x| + x$
- (۳) $y = 1 + 3|x| - x$
- (۴) $y = 1 - 3x + |x|$

۳- حدود m برای آن که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x \leq 1 \\ mx+5 & ; x > 1 \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد، کدام است؟

- (۱) $m \geq -1$
- (۲) $m > 0$
- (۳) $m \leq -1$
- (۴) $m < 0$

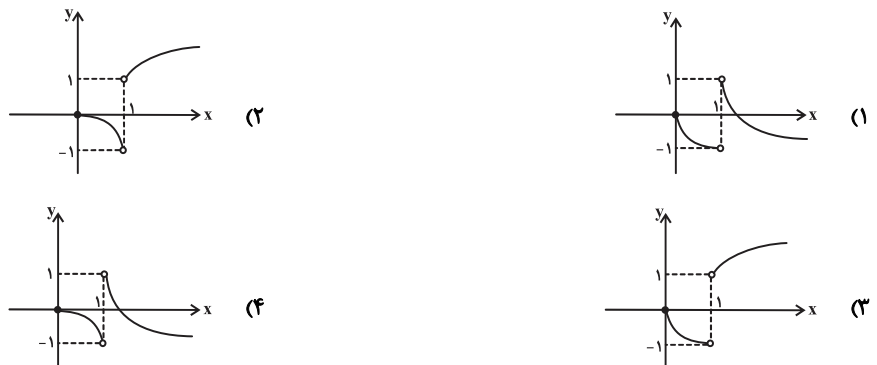
۴- اگر $f(x) = \frac{a+1}{x+2} - 1$ و $f^{-1}(2) = -3$ ، آن‌گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) -۳
- (۳) ۴
- (۴) -۴

۵- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + ax + 1}$ همه اعداد حقیقی باشد، a چند مقدار صحیح را می‌تواند بپذیرد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{|x-1|\sqrt{x}}{x-1}$ کدام است؟



۷- مساحت بین نمودار تابع $f(x) = x|x|$ و محور x ها در بازه $[0, 2]$ کدام است؟ (، [،]،) نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۲

۸- کدام دو تابع با هم مساوی‌اند؟

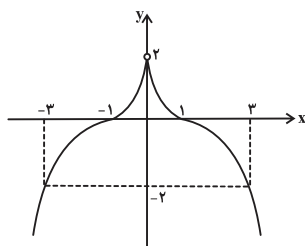
- (۱) $f(x) = (\sqrt{x})^2$ و $g(x) = \sqrt{x|x|}$
- (۲) $f(x) = x$ و $g(x) = (\sqrt{x})^2$
- (۳) $f(x) = \sqrt{x|x|}$ و $g(x) = \sqrt{|x|} \times \sqrt{|x|}$
- (۴) $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = (\sqrt{x})^2$

۹- اگر $f(x) = a^x + \sqrt{\frac{a}{x}}$ و مجموعه مقادیری از x که به‌ازای آن تابع f قابل‌تعریف است، بازه $(-\infty, 2]$ باشد، برد تابع f کدام است؟

- (۱) $(1, +\infty)$
- (۲) $(4, +\infty)$
- (۳) $(9, +\infty)$
- (۴) $(16, +\infty)$

۱۰- اگر نمودار تابع f به‌صورت مقابل باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{|f(x)|} - 2$ کدام است؟

- (۱) $|x| \geq 1$
- (۲) $|x| \leq 1$
- (۳) $|x| \geq 3$
- (۴) $|x| \leq 3$





هندسه (۲)

۱۱- کدام یک از چهارضلعی‌های زیر همواره محیطی است؟

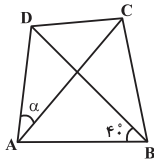
- (۱) متوازی‌الاضلاع
- (۲) لوزی

۱۲- دایره‌ای در داخل ذوزنقه‌ای متساوی‌الساقین محاط است. اگر اندازه قاعده کوچک ذوزنقه ۷ و محیط آن برابر ۳۲ باشد، اندازه ساق و قاعده بزرگ آن به ترتیب کدام است؟

- (۱) ۸، ۷
- (۲) ۹، ۸

۱۳- چهارضلعی ABCD محیطی است. اگر $\hat{A}DC = 102^\circ$ و $\hat{A}BD = 40^\circ$ باشد، آن گاه زاویه α چند درجه است؟

- (۱) ۳۶
- (۲) ۳۸
- (۳) ۴۰
- (۴) ۴۲



۱۴- در مثلث ABC، اگر طول ضلع BC برابر $2\sqrt{3}$ و فاصله مرکز دایره محیطی مثلث از این ضلع، برابر یک واحد باشد، آن گاه مجموع فواصل این مرکز تا سه رأس مثلث چه قدر است؟

- (۱) $3\sqrt{13}$
- (۲) ۶
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) $5 + 2\sqrt{3}$

۱۵- در مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، طول خط‌المركزین دو دایره محیطی و محاطی خارجی آن کدام است؟

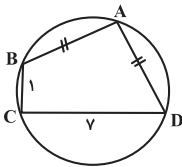
- (۱) ۴
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) $\sqrt{3}$

۱۶- در یک مثلث، اندازه ارتفاع‌ها برابر $2/4$ ، ۳ و ۴ و اندازه شعاع دو تا از دایره‌های محاطی خارجی برابر ۲ و ۶ می‌باشد. شعاع دایره محاطی خارجی دیگر کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) $1/5$
- (۴) $2/5$

۱۷- در شکل مقابل اگر $\hat{A} = \hat{C}$ باشد، آن گاه طول وتر AD کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) $3\sqrt{2}$
- (۳) $3\sqrt{3}$
- (۴) ۵

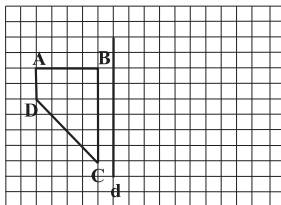


۱۸- در ذوزنقه ABCD، طول قاعده‌ها برابر $BC = 12$ و $AD = 3$ است. اگر ABCD هم چهارضلعی محیطی و هم چهارضلعی محاطی باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۴۵
- (۲) ۳۰
- (۳) $22/5$
- (۴) ۶۰

۱۹- بازتاب شکل زیر را نسبت به خط d در نظر بگیرید. در این تبدیل، شیب کدام پاره‌خط با شیب پاره‌خط متناظر در تصویر آن برابر نمی‌باشد؟

- (۱) AB
- (۲) BC
- (۳) CD
- (۴) DA



۲۰- در مثلث ABC، $\hat{A} = \frac{3}{4}\hat{B} = \hat{C}$ و $BC = 12$ است. اگر مثلث $A'B'C'$ تبدیل یافته ABC تحت تبدیل طولپای T باشد، مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

- (۱) $36\sqrt{2}$
- (۲) $18\sqrt{2}$
- (۳) $36\sqrt{3}$
- (۴) $18\sqrt{3}$

هندسه (۲)

دایره (دایره‌های محیطی و محاطی
مثلث - چهارضلعی‌های محاطی و
محیطی) / تبدیل‌های هندسی و
کاربردها (تبدیل‌های هندسی تا
ابتدای بازتاب)
صفحه‌های ۲۵ تا ۳۷



آمار و احتمال

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات (ضرب دکارتی بین دو مجموعه) / احتمال
(مبانی احتمال - احتمال غیرهم‌شانس)
صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱

۲۱- اگر $A = \{x | x \in Z, x^2 - x = 0\}$ و $B = \{2^k | k \in N, k \leq 3\}$ ، آن‌گاه $A \times B$ چند عضو دارد؟
 ۱) ۳
 ۲) ۶
 ۳) ۹
 ۴) ۱۲

۲۲- اگر $A = [-1, 4]$ و $B = \{1, 3\}$ باشد، مساحت ناحیه محصور بین دو نمودار مختصات $A \times B$ و $B \times A$ کدام است؟
 ۱) ۲
 ۲) ۴
 ۳) ۶
 ۴) ۹

۲۳- اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 3, 5\}$ ، آن‌گاه چند زوج مرتب در مجموعه $A \times B$ می‌توان یافت که متعلق به مجموعه $B \times A$ نباشند؟
 ۱) ۱
 ۲) ۳
 ۳) ۵
 ۴) ۷

۲۴- اگر $A = \{a, 3\}$ ، $B = \{4, \frac{a}{2} + 1, b\}$ و $A \times B = B \times A$ باشد، حداکثر مقدار $a + b$ برابر کدام است؟
 ۱) ۵
 ۲) ۶
 ۳) ۷
 ۴) ۸

۲۵- در یک کارخانه برای بررسی سلامت محصول نهایی، آن را از سه دستگاه مجزا عبور می‌دهند تا به ترتیب، جرم، ابعاد و کارایی محصول را کنترل کنند. هر دستگاه در صورت تأیید محصول چراغ سبز و در صورت عدم تأیید آن چراغ قرمز نشان می‌دهد. اگر فضای نمونه‌ای برای بررسی سلامت یک محصول را به صورت حاصل ضرب دکارتی چند مجموعه بنویسیم، فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟
 ۱) ۲
 ۲) ۴
 ۳) ۶
 ۴) ۸

۲۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) $P(A' \cup B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cup B)$

ب) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

پ) $P(A \cup B) \geq P(B)$

ت) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

۱) ۱
 ۲) ۲
 ۳) ۳
 ۴) ۴

۲۷- یک تیم فوتبال ۱۲ عضو دارد. فرض کنید آن‌ها یکی پس از دیگری وارد سالن می‌شوند. اگر اعضای تیم کاملاً تصادفی وارد سالن شده باشند، احتمال این که اولین و دومین نفراتی که وارد می‌شوند به ترتیب دروازه‌بان و مدافع باشند، کدام است؟ (این تیم دو دروازه‌بان و سه مدافع دارد.)

۱) $\frac{1}{22}$
 ۲) $\frac{1}{44}$
 ۳) $\frac{1}{132}$
 ۴) $\frac{1}{66}$

۲۸- یک عدد دو رقمی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد بر ۵ بخش‌پذیر باشد یا بر ۲ بخش‌پذیر نباشد، کدام است؟

۱) $\frac{1}{10}$
 ۲) $\frac{4}{10}$
 ۳) $\frac{6}{10}$
 ۴) $\frac{9}{10}$

۲۹- در یک مسابقه دو، چهار دوندۀ a ، b ، c و d شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برنده شدن دونده‌های c و d با هم برابر باشد و احتمال این که دونده‌های a یا b برنده شوند، ۳ برابر احتمال برنده شدن دوندۀ c باشد، احتمال برنده شدن d کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$
 ۲) $\frac{1}{25}$
 ۳) $\frac{3}{25}$
 ۴) $\frac{4}{25}$

۳۰- در یک تاس ناهمگن، احتمال وقوع هر عدد کم‌تر از ۶، دو برابر احتمال وقوع عدد بعدی آن است (یعنی به‌طور مثال، احتمال آمدن ۵، دو برابر احتمال آمدن ۶ و احتمال آمدن ۴ دو برابر احتمال آمدن ۵ است). احتمال آن که عددی فرد ظاهر شود، کدام است؟

۱) $\frac{41}{63}$
 ۲) $\frac{5}{7}$
 ۳) $\frac{17}{21}$
 ۴) $\frac{2}{3}$

فیزیک (۲)

فیزیک (۲)

الکتروستاتیک ساکن (از ابتدای خازن تا پایان فصل) / جریان الکتریکی (از ابتدای فصل تا ابتدای انواع مقاومت‌ها)
صفحه‌های ۳۲ تا ۵۶

۳۱- جریان الکتریکی قراردادی در مدار در ... سوق الکترون‌ها است. بنابراین جهت جریان الکتریکی قراردادی در مدار از پتانسیل الکتریکی ... به پتانسیل الکتریکی ... است.

۱) خلاف جهت - کم‌تر - بیش‌تر
 ۲) جهت - بیش‌تر - کم‌تر
 ۳) خلاف جهت - بیش‌تر - کم‌تر
 ۴) جهت - کم‌تر - بیش‌تر

۳۲- یکای جریان الکتریکی در SI، معادل با کدام گزینه زیر است؟

۱) $\frac{C}{s}$
 ۲) $\frac{s}{C}$
 ۳) $V \cdot \Omega$
 ۴) $\frac{\Omega}{V}$

۳۳- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- ۱) هر مجموعه‌ای از بارهای متحرک، لزوماً جریان الکتریکی ایجاد می‌کنند.
- ۲) انتقال بار الکتریکی از یک سطح مقطع لزوماً جریان الکتریکی ایجاد می‌کند.
- ۳) انتقال خالص بار الکتریکی از یک سطح مقطع معین باعث برقراری جریان الکتریکی می‌شود.
- ۴) در نبود اختلاف پتانسیل الکتریکی هم می‌توان شارش بار خالص را از یک مقطع معین در سیم دید.



۳۴- ولتاژ باتری یک چراغ قوه، $1/5$ ولت است و هنگام استفاده از آن، جریان $0/15$ میلی آمپر از لامپ آن عبور می کند. به طور متوسط در هر ساعت چند کولن بار از سیم های لامپ عبور می کند؟

- (۱) $0/54$ (۲) 540 (۳) $0/15$ (۴) 150

۳۵- دو صفحه خازن تختی به پایانه های یک باتری 12 ولتی وصل است. اگر دو سر خازن را به پایانه های یک باتری 18 ولتی وصل نماییم به ترتیب از راست به چپ ظرفیت خازن ... برابر و بار الکتریکی ذخیره شده در آن ... برابر می شود. (خازن آسیب نمی بیند).

- (۱) $1/5$ ، 1 (۲) 1 ، $1/5$ (۳) 1 ، $2/3$ (۴) $2/3$ ، 1

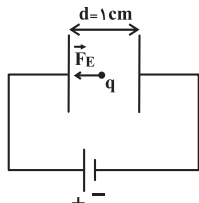
۳۶- 60 درصد از بار الکتریکی یک خازن پر شده را تخلیه می کنیم. انرژی الکتریکی ذخیره شده در این خازن چند درصد کاهش می یابد؟

- (۱) 16 (۲) 84 (۳) 36 (۴) 64

۳۷- بار $2\mu C$ از نزدیکی صفحه مثبت خازن تختی به ظرفیت $C = 1\mu F$ که به باتری متصل است تا نزدیکی صفحه دیگر آن جابه جا می شود و در این جابه جایی اندازه کار میدان الکتریکی برابر با $10\mu J$ می باشد. اگر پتانسیل الکتریکی پایانه مثبت باتری $20V$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، پتانسیل الکتریکی پایانه منفی آن چند ولت و اندازه بار الکتریکی ذخیره شده بر روی صفحات خازن چند میکروکولن است؟

- (۱) 5 و 15 (۲) 5 و 10 (۳) 25 و 10 (۴) 15 و 5

۳۸- در شکل زیر، یک ذره با بار q در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه یک خازن تخت به ظرفیت $C = 2\mu F$ و متصل به باتری قرار داده می شود. فاصله بین دو صفحه خازن برابر با $d = 1cm$ ، دی الکتریک بین صفحات آن هواست و اندازه بار الکتریکی ذخیره شده بر روی صفحات خازن $20\mu C$ است. اگر نیروی الکتریکی وارد بر بار q از سوی میدان الکتریکی به سمت چپ و اندازه آن برابر با $0/1N$ باشد، بار q چند میکروکولن است؟



- (۱) 1
(۲) -1
(۳) 10
(۴) -10

۳۹- در خازنی تخت که دی الکتریک آن هواست، مساحت هر کدام از صفحات آن برابر با $40cm^2$ و فاصله آن ها از یکدیگر $4cm$ است، بار الکتریکی Q را ذخیره کرده ایم. اگر یک ذره باردار به جرم $20mg$ و بار الکتریکی $q = +10\mu C$ را از مجاورت صفحه مثبت این خازن رها سازیم، این ذره با تندی $50 \frac{km}{s}$ به صفحه مقابل می رسد. مقدار بار ذخیره شده در خازن (Q) چند میلی کولن است؟

(از نیروی وزن و هر گونه اتلاف انرژی صرف نظر شود و $\epsilon_0 = 8/8 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$)

- (۱) $1/2$ (۲) $0/22$ (۳) $2/2$ (۴) 22

۴۰- خازن تختی که فضای بین صفحات آن هواست به باتری متصل و پر شده است و انرژی آن در این حالت U می باشد. اگر بدون جدا کردن آن از باتری، فضای بین صفحات خازن را با ماده ای با ثابت دی الکتریک κ به طور کامل پر کنیم، انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن U' می شود ولی اگر خازن را ابتدا از باتری جدا کنیم و سپس فضای بین صفحات آن را با ماده ای با ثابت دی الکتریک κ به طور کامل پر کنیم، انرژی ذخیره شده در آن U'' می شود. حاصل $\frac{U''}{U'}$ کدام است؟

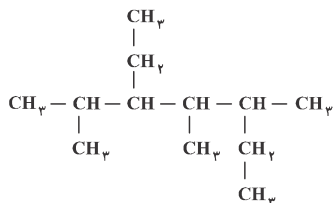
- (۱) $1/\kappa$ (۲) κ (۳) κ^2 (۴) $1/\kappa^2$

شیمی (۲)

۴۱- در میان هیدروکربن های زیر، کدام یک گرانروی بیش تری دارد؟

- (۱) C_6H_{14} (۲) $C_{12}H_{26}$
(۳) $C_{18}H_{38}$ (۴) $C_{25}H_{52}$

۴۲- در کدام گزینه نام ترکیبی با ساختار زیر به درستی بیان شده است؟



- (۱) 3 ، 5 - دی اتیل، 2 ، 4 - دی متیل هگزان
(۲) 3 - اتیل، 2 ، 4 ، 5 - تری متیل هپتان
(۳) 5 - اتیل، 3 ، 4 ، 6 - تری متیل هپتان
(۴) 3 ، 5 - دی اتیل، 2 ، 4 - دی متیل هپتان

شیمی (۲)

قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای نفت، هدیه ای شگفت انگیز تا انتهای فصل) / در پی غذای سالم (از ابتدای فصل تا ابتدای تهیه غذای آبپز، تجربه تفاوت دما و گرما) صفحه های ۲۸ تا ۵۶



۴۳- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) در نام گذاری ۴- متیل هپتان، زنجیر کربنی را می توان از هر دو سمت شماره گذاری کرد.
 (۲) در نام گذاری ۳- متیل هگزان، زنجیر کربنی را می توان از هر دو سمت شماره گذاری کرد.
 (۳) ۴- متیل هگزان، نام درست یک آلکان است.

(۴) جرم مولی ۴- متیل هپتان ۱۲ گرم بیش تر از جرم مولی ۳- متیل هگزان است. ($C=12, H=1: g \cdot mol^{-1}$)

۴۴- در صورتی که آلکان A جرم مولی برابر $142 g \cdot mol^{-1}$ و آلکان B فرمول مولکولی $C_{15}H_{32}$ داشته باشد کدام مطلب درست است؟

($H=1, C=12: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) دمای جوش A پایین تر و در شرایط یکسان گاز حاصل از آن آسان تر از گاز B به مایع تبدیل می شود.
 (۲) نسبت تعداد کربن های ترکیب A به ترکیب B برابر $\frac{5}{3}$ و تعداد هیدروژن های ترکیب B به ترکیب A برابر $\frac{8}{11}$ است.
 (۳) آلکان A نسبت به B فرارتر بوده و جاذبه بین مولکولی آن قوی تر است.
 (۴) نسبت تعداد هیدروژن های ترکیب B به ترکیب A برابر $\frac{16}{11}$ و دمای جوش B بالاتر است.

۴۵- در ساختار ترکیبات کدام گزینه، به ترتیب از راست به چپ، یک پیوند سه گانه و سه پیوند دوگانه مشاهده می شود؟

- (۱) $C_{10}H_{18} - C_5H_{10}$ (۲) $C_4H_6 - C_5H_{10}$ (۳) $C_6H_6 - C_7H_8$ (۴) $C_{10}H_{18} - C_7H_{14}$

۴۶- همه موارد زیر درست هستند به جز ...

- (۱) مجموع ضرایب استوکیومتری گونه ها در واکنش $C_2H_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ پس از موازنه برابر ۱۹ است.
 (۲) تیتانیم فلزی محکم، کم چگال و مقاوم در برابر خوردگی است.
 (۳) برای تولید فلز تیتانیم می توان از واکنش تیتانیم (IV) کلرید با فلز منیزیم استفاده کرد.
 (۴) اگر فعالیت شیمیایی فلز Al از فلز Cu بیش تر باشد، در اثر مخلوط کردن محلول سولفات این دو فلز، فلز مس تشکیل می شود.
 ۴۷- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در هر دوره جدول دوره ای، کمترین واکنش پذیری مربوط به گروه ۱۴ است.
 (۲) واکنش پذیری فلزات در دوره دوم جدول دوره ای از چپ به راست کاهش می یابد.
 (۳) عنصرهای گروه ۱۸ در هر دوره، پایدارترین عنصر آن دوره هستند.
 (۴) از گروه ۱۴ تا ۱۷ در دوره دوم جدول دوره ای پایداری عناصر کاهش می یابد.

۴۸- عنصر اصلی سازنده سلول های خورشیدی سیلیسیم است. برای استخراج این عنصر از واکنش اکسید آن با فرمول SiO_2 با کربن استفاده می شود. بنابراین نتیجه می گیریم واکنش پذیری این عنصر از کربن ... است. چنانچه ۷۰ گرم SiO_2 و ۳۰ گرم کربن به طور کامل با هم واکنش دهند و بر اثر این واکنش ۳۲ گرم Si و ۵۶ گرم گاز کربن مونوکسید تولید شود، درصد خلوص سیلیسیم به دست آمده در این واکنش تقریباً برابر ... است.

- (۱) کم تر - $36/3$ (۲) کم تر - $72/7$ (۳) بیش تر - $36/3$ (۴) بیش تر - $72/7$

۴۹- چه تعداد از عبارت های زیر صحیح هستند؟

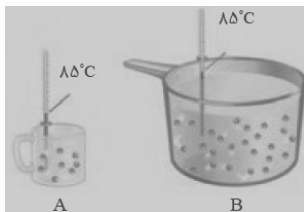
- * طی ۱۰ سال گذشته همواره میزان بهره برداری از غلات بیش تر از میزان تولید آن بوده است.
 * بیش ترین میزان ذخیره شده غلات در جهان در سال ۲۰۱۴ بوده است.
 * تولید و فراوری مواد غذایی در حیطه صنایع غذایی بوده ولی نگهداری و حمل و نقل آن در حوزه صنایع غذایی نیست.
 * امروزه چون تولید غلات بیش از مصرف آن است، ذخیره غلات رو به افزایش است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۰- با توجه به شکل روبه رو چند مورد از مطالب زیر درست بیان شده اند؟

- (الف) مجموع انرژی جنبشی ذره های موجود در دو ظرف با هم برابر است.
 (ب) میانگین تندی ذرات ظرف A و ظرف B با هم برابر است.
 (پ) انرژی گرمایی آب موجود در ظرف B بیش تر است زیرا شمار مولکول های آب در ظرف B بیش تر است.

(ت) میزان سردی و گرمی، میانگین میزان جنب و جوش و میانگین انرژی جنبشی ذره های موجود در دو ظرف با هم برابر است.



- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



آزمون غیر حضوری

۱۶ آذر ماه ۹۷

پاسخ نامه

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان (۱)

۱- گزینه «۲»

(فریرون ساعتی)

$$f \text{ تابع است } \Rightarrow \begin{cases} (4, 2) \in f \\ (4, a^2 - a) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 - a = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

اگر $a = 2$ باشد:

$$f \text{ تابع یک به یک است } \Rightarrow \begin{cases} (4, 2) \in f \\ (b, 2) \in f \end{cases} \Rightarrow b = 4$$

اگر $a = -1$ آن گاه $f = \{(4, 2), (-1, 5), (4, 2), (4, 2), (-1, 4)\}$ تابع نخواهد بود، بنابراین $a = 2$ صحیح است و $(a, b) = (2, 4)$ می باشد.

۲- گزینه «۴»

(ابراهیم نیفی)

شرط آن که تابع وارون پذیر باشد آن است که یک به یک باشد، برای بررسی یک به یک بودن نمودار توابع را رسم می کنیم:

$$y = |x| + 1 - x = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

یک به یک نیست.

$$y = 1 - 3|x| + x = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ 4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

یک به یک نیست.

$$y = 1 + 3|x| - x = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

یک به یک نیست.

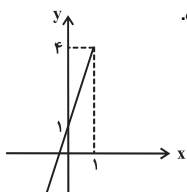
$$y = 1 - 3x + |x| = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

یک به یک است، وارون پذیر است.

۳- گزینه «۲»

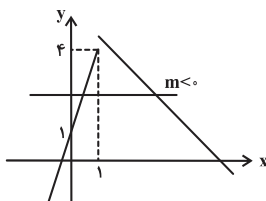
(حامد پوختاری)

نمودار قسمت اول تابع $(x \leq 1)$ به صورت روبه رو است.



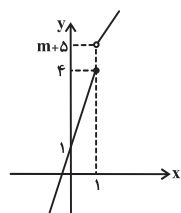
با توجه به این که قسمت دوم تابع نیز به صورت یک خط راست با شیب m می باشد، واضح است که m نباید منفی شود، زیرا اگر m منفی باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می دهد که در این صورت می توان خطی موازی محور x ها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند. (رد گزینه های «۱»، «۳» و «۴»)

همچنین m نباید برابر با صفر شود زیرا در این صورت تابع ثابت خواهد شد و یک به یک نمی شود.



با شرط $m > 0$ ، نمودار تابع به صورت زیر می شود. برای آن که این نمودار مربوط به یک تابع یک به یک باشد، باید شرط $m + 5 \geq 4$ برقرار باشد که در نتیجه:

$$\begin{cases} m + 5 \geq 4 \\ m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m \geq -1 \rightarrow m > 0$$



۴- گزینه «۴»

(کاتم ایلالی)

ابتدا توجه کنید که از $f^{-1}(2) = -3$ نتیجه می شود، بنابراین:

$$f(-3) = \frac{a+1}{-3+2} - 1 = 2 \Rightarrow -a - 1 = 3 \Rightarrow a = -4$$

۵- گزینه «۳»

(ابراهیم نیفی)

برای آن که دامنه یک تابع گویا، همه اعداد حقیقی باشد، باید مخرج آن ریشه نداشته باشد و با توجه به این که مخرج تابع داده شده از نوع درجه دوم است باید Δ آن منفی باشد:

$$x^2 + ax + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4$$

$$\Rightarrow |a| < 2 \Rightarrow -2 < a < 2$$

یعنی اگر $-2 < a < 2$ باشد، Δ ی مخرج منفی شده و ریشه نخواهد داشت. مجموعه مقادیر صحیحی که در این بازه قرار دارد و a می تواند بپذیرد عبارتند از: $\{-1, 0, 1\}$



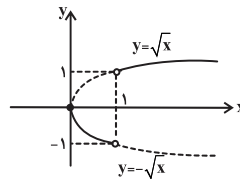
۶- گزینه «۳»

ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)\sqrt{x}}{x-1} & x > 1 \\ \frac{-(x-1)\sqrt{x}}{x-1} & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x > 1 \\ -\sqrt{x} & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

بنابراین، نمودار تابع به شکل زیر است:



۷- گزینه «۳»

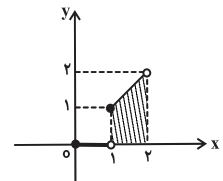
(عمیر علیزاده)

$$f(x) = x|x|, x \in [0, 2]$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow f(x) = y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow f(x) = y = x$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



ارتفاع \times مجموع دو قاعده = مساحت ذوزنقه S

$$S = \frac{1+2}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$$

۸- گزینه «۱»

(ابراهیم نبفی)

شرط آن که دو تابع مساوی باشند این است که:

۱- دامنه دو تابع با هم برابر باشند.

۲- برای هر x از دامنه، مقدار دو تابع با هم برابر باشند، یعنی $f(x) = g(x)$.

در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴»، دو تابع داده شده دارای دامنه یکسان نیستند:

گزینه «۲»: $D_f = \mathbb{R}, D_g = \{x | x \geq 0\}$

گزینه «۳»: $f(x) = \sqrt{x|x|} \xrightarrow{|x| \geq 0} D_f = \{x | x \geq 0\}, D_g = \mathbb{R}$

گزینه «۴»: $D_f = \mathbb{R}, D_g = \{x | x \geq 0\}$

اما در گزینه «۱»:

$$f(x) = (\sqrt{x})^2 \Rightarrow D_f = \{x | x \geq 0\}$$

$$g(x) = \sqrt{x|x|} \xrightarrow{|x| \geq 0} D_g = \{x | x \geq 0\}$$

$$g(x) = \sqrt{x \times x} = \sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = f(x)$$

۹- گزینه «۲»

(سیار عظمی)

تابع f در محدوده $x \leq 2$ قابل تعریف است. با توجه به ضابطه تابع، برای به دست آوردن a عبارت زیر را بیکال را بزرگ تر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم، بنابراین داریم:

$$\frac{a}{2}x + 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{a}{2}x \geq -2 \Rightarrow ax \geq -4 \quad (*)$$

با معادلسازی نابرابری (*) با محدوده داده شده در سؤال، مشخص است که علامت a منفی است. پس با تقسیم رابطه (*) بر a جهت نامساوی عوض می‌شود، پس:

$$ax \geq -4 \xrightarrow{+a} x \leq -\frac{4}{a} \Rightarrow -\frac{4}{a} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = 4 + \sqrt{-x+2}$ می‌باشد. حال با داشتن ضابطه تابع برد را محاسبه می‌کنیم:

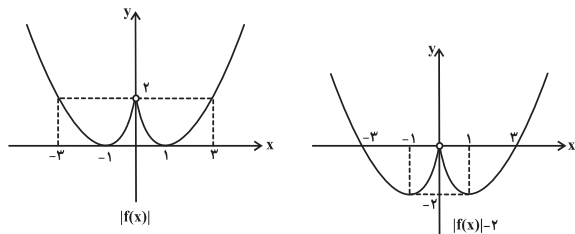
$$\sqrt{-x+2} \geq 0 \xrightarrow{+4} 4 + \sqrt{-x+2} \geq 4 \Rightarrow f(x) \geq 4$$

پس برد تابع به صورت $[4, +\infty)$ می‌باشد.

۱۰- گزینه «۳»

(سینا ممبرپر)

ابتدا با استفاده از نمودار $f(x)$ ، تابع $|f(x)| - 2$ را رسم می‌کنیم:



از طرفی از آنجایی که y یک تابع رادیکالی می‌باشد، بنابراین باید

$$|f(x)| - 2 \geq 0$$

$$x \leq -3 \quad \text{و} \quad x \geq 3$$

$$|x| \geq 3$$

نکته: برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ ، کافیست قسمت‌هایی از نمودار

$y = f(x)$ را که زیر محور x قرار گرفته‌اند، نسبت به محور x ها قرینه

کنیم.

هندسه (۲)

۱۱- گزینه «۳»

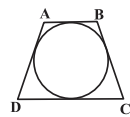
(علیرضا نصراللهی)

با توجه به این که مجموع اضلاع مقابل در لوزی با هم برابر است، می توان گفت این چهارضلعی با هر طول ضلعی، همواره محیطی است.

۱۲- گزینه «۳»

(علیرضا نصراللهی)

با توجه به شکل، دوزنقه متساوی الساقین مدنظر، یک چهارضلعی محیطی است، بنابراین:



$$\begin{cases} \text{محیط چهارضلعی} : AB + BC + CD + AD \\ \text{چهارضلعی محیطی} : AB + CD = BC + AD \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 = BC + AD \xrightarrow{BC=AD} 16 = 2BC \Rightarrow BC = 8 \\ 16 = AB + CD \xrightarrow{AB=7} 16 = 7 + CD \Rightarrow CD = 9 \end{cases}$$

۱۳- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

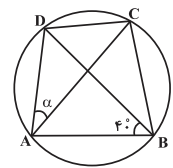
اگر دایره محیطی چهارضلعی را رسم کنیم، داریم:

$$\widehat{DAC} = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} = 2\alpha$$

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{ABC}}{2} \Rightarrow \widehat{ABC} = 204^\circ$$

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 80^\circ$$

$$\begin{aligned} \widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{ABC} &= 360^\circ \Rightarrow 80^\circ + 2\alpha + 204^\circ = 360^\circ \\ \Rightarrow 2\alpha &= 76^\circ \Rightarrow \alpha = 38^\circ \end{aligned}$$

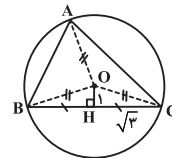


۱۴- گزینه «۲»

(عمیر گروسی)

می دانیم مرکز دایره محیطی یک مثلث، از سه رأس آن به یک فاصله است.

بنابراین:



$$\Delta ABC : OA = OB = OC = R$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه OHC داریم:

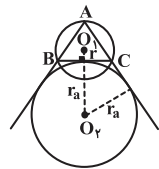
$$OC^2 = OH^2 + HC^2 \Rightarrow R^2 = 1 + 3$$

$$\Rightarrow R = 2 \Rightarrow OA + OB + OC = 6$$

۱۵- گزینه «۱»

(علیرضا نصراللهی)

با توجه به آن که مرکز دایره محیطی و دایره محاطی مثلث متساوی الاضلاع یکسان می باشند، طول خط المرکزین برابر با مجموع شعاع دایره های محاطی داخلی و محاطی خارجی است. بنابراین داریم:



$$O_1O_2 = r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6}a + \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{6}(2\sqrt{3}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(2\sqrt{3}) = 1 + 3 = 4$$

نکته: شعاع دایره محاطی داخلی مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر با $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ و شعاع دایره محاطی خارجی آن $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است. زیرا داریم:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a} = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{1}{2}a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

۱۶- گزینه «۱»

(هانیه ساعی یکتا)

اگر r_a, r_b, r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \quad (1)$$

و همچنین اگر h_a, h_b, h_c اندازه های سه ارتفاع باشند، داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \quad (2)$$

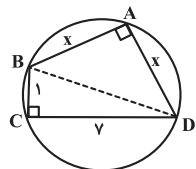
$$\xrightarrow{(2)} \frac{1}{2/4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{r_c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_c = 3$$

۱۷- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)

چهارضلعی ABCD محاطی است، بنابراین زاویه های روبه روی هم مکمل یک دیگرند:



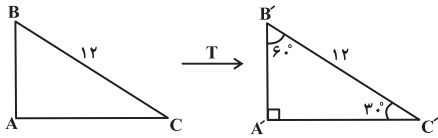
$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A} = \hat{C}} \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\Delta BCD : BD^2 = 1^2 + 7^2 = 50 \quad \text{حال:}$$

$$\Delta ABD : BD^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

بنابراین زوایای مثلث $A'B'C'$ نظیر به نظیر با زوایای مثلث ABC برابرند،

در نتیجه: $\hat{A}' = \frac{3}{4}\hat{B}' = \frac{3}{4}\hat{C}' \Rightarrow \hat{A}' = 90^\circ, \hat{B}' = 60^\circ, \hat{C}' = 30^\circ$



پس $A'B'C'$ یک مثلث قائم الزاویه است و داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{A'B'}{B'C'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{A'B'}{12} \Rightarrow A'B' = 6$$

$$\sin 60^\circ = \frac{A'C'}{B'C'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A'C'}{12} \Rightarrow A'C' = 6\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$S_{\Delta A'B'C'} = \frac{A'B' \times A'C'}{2} = \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$$

آمار و احتمال

(سیدومیر زوالفقاری)

۲۱- گزینه «۳»

$$A = \{-1, 0, 1\} \Rightarrow |A| = 3$$

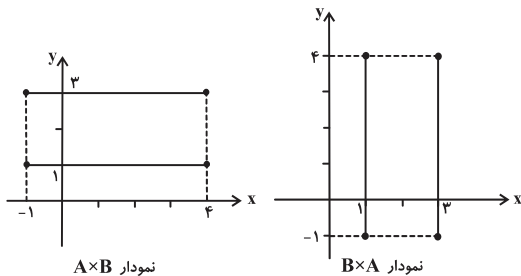
$$B = \{2, 4, 8\} \Rightarrow |B| = 3$$

$$\Rightarrow |A \times B| = |A| \times |B| = 3 \times 3 = 9$$

(شاهر پوقاری)

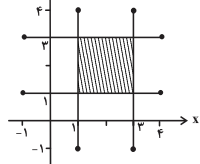
۲۲- گزینه «۲»

نمودارهای مجموعه‌های $A \times B$ و $B \times A$ به صورت زیر می‌باشد:



اکنون دو نمودار را بر روی یک صفحه مختصات دکارتی رسم می‌کنیم و مساحت ناحیه محصور را به دست می‌آوریم:

$$S = 2 \times 2 = 4$$



(امیرمسین ابومحبوب)

۲۳- گزینه «۳»

طبق تعریف ضرب دکارتی دو مجموعه A و B داریم:

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5)\}$$

(سیرسروش کریمی مرادی)

۱۸- گزینه «۱»

روش اول: یک چهارضلعی در صورتی محاطی است که مجموع دو زاویهٔ روبه‌روی هم در آن 180° باشد، یعنی:

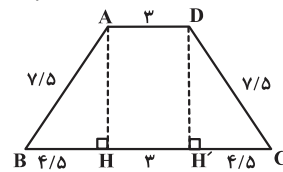
$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

از آن‌جا که در دوزنقه، مجموع هر دو زاویهٔ مجاور به یک ساق برابر 180° است، پس $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$ و در نتیجه $\hat{B} = \hat{C}$ است، یعنی دوزنقهٔ $ABCD$ متساوی‌الساقین است ($AB = DC$).

همچنین یک چهارضلعی در صورتی محیطی است که مجموع ضلع‌های روبه‌رو به هم در آن با هم برابر باشند، یعنی: $AB + DC = AD + BC$

$$\Rightarrow 2AB = 3 + 12 = 15 \Rightarrow AB = 7.5$$

حال از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم و ارتفاع دوزنقه را به دست می‌آوریم:



$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 7.5^2 = AH^2 + 4/5^2 \Rightarrow AH = 6$$

$$S_{ABCD} = \frac{AH(AD + BC)}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{6 \times (3 + 12)}{2} = 45$$

روش دوم: اگر یک دوزنقه هم محاطی و هم محیطی باشد، آن‌گاه مساحت آن برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده در میانگین هندسی آن‌ها.

داریم:

$$\text{میانگین حسابی دو قاعده} = \frac{12 + 3}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\text{میانگین هندسی دو قاعده} = \sqrt{12 \times 3} = 6$$

$$S_{ABCD} = \frac{15}{2} \times 6 = 45$$

(سینا ممبرپور)

۱۹- گزینه «۳»

متطابق شکل، اگر بازتاب چهارضلعی $ABCD$ را نسبت به خط d رسم کنیم،

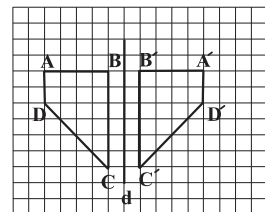
چهارضلعی $A'B'C'D'$ حاصل می‌شود، حال با مقایسه شیب پاره‌خط‌ها داریم:

$$m_{AB} = m_{A'B'}$$

$$m_{BC} = m_{B'C'}$$

$$m_{DA} = m_{D'A'}$$

$$m_{CD} \neq m_{C'D'}$$



بنابراین شیب پاره‌خط CD با شیب پاره‌خط متناظرش برابر نمی‌باشد.

(سینا ممبرپور)

۲۰- گزینه «۴»

تبدیل طولیا (ایزومتري)، تبدیلی است که طول پاره‌خط را حفظ می‌کند. لذا در

هر تبدیل طولیا، تبدیل یافتهٔ هر زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازه با آن است.



$$\Rightarrow P(A \cup B') = 1 - (P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - \left(\frac{45}{90} - \frac{9}{90}\right) = 1 - \frac{36}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10}$$

۲۹- گزینه «۱» (نامر پوقاری)

$$P(c) = P(d) = x, P(\{a, b\}) = 3P(c) = 3x$$

$$P(\{a, b\}) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow 3x + x + x = 1$$

$$\Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = 0.2$$

۳۰- گزینه «۴» (سویل حسن قان پور)

$$P(f) = a, P(\delta) = 2a, P(\epsilon) = 4a, P(\zeta) = 8a$$

$$, P(\eta) = 16a, P(\theta) = 32a$$

$$P(\theta) + P(\zeta) + \dots + P(f) = 1$$

$$\Rightarrow 32a + 16a + 8a + 4a + 2a + a = 1$$

$$\Rightarrow a \times \frac{(2^6 - 1)}{(2 - 1)} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{63}$$

$$P(\text{ظاهر شدن عددی فرد}) = P(\theta) + P(\zeta) + P(\delta)$$

$$= 32a + 16a + 8a = 56a = \frac{56}{63} = \frac{8}{9}$$

فیزیک (۲)

۳۱- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

جریان الکتریکی قراردادی در خلاف جهت سوق الکترون‌ها است، یعنی جریان الکتریکی در مدار در جهت میدان الکتریکی است و چون پتانسیل الکتریکی در جهت خط‌های میدان کاهش می‌یابد، جهت جریان الکتریکی قراردادی در مدار از پتانسیل الکتریکی بیش‌تر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر است.

۳۲- گزینه «۱» (مهروی براتی)

یکای جریان الکتریکی در SI برابر با آمپر است و جریان الکتریکی متوسط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\left. \begin{aligned} [\Delta q] &= C \text{ (کولن)} \\ [\Delta t] &= s \text{ (ثانیه)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [I] = \frac{C}{s} = A \text{ (آمپر)}$$

۳۳- گزینه «۳» (سیدعلی میرنوری)

جریان الکتریکی ناشی از شارش خالص بارهای الکتریکی از یک سطح مقطع معین است.

۳۴- گزینه «۱» (فسرو ارغوانی‌فر)

از رابطه جریان الکتریکی متوسط استفاده می‌کنیم:

$$\Delta q = I \Delta t = (0.15 \times 10^{-3} A) \times (3/6 \times 10^3 s) = 0.75 C$$

واضح است که طبق تعریف ضرب دکارتی دو مجموعه، زوج مرتب‌های (۱,۱)، (۱,۳)، (۳,۱) و (۳,۳) در مجموعه $B \times A$ نیز وجود دارند. پس ۵ زوج مرتب در $A \times B$ می‌توان یافت که به $B \times A$ تعلق نداشته باشند.

۲۴- گزینه «۴» (سیدوید زوالفقاری)

$$A \neq \emptyset, B \neq \emptyset \xrightarrow{A \times B = B \times A} A = B \Rightarrow \left\{4, \frac{a}{2} + 1, b\right\} = \{a, 3\}$$

$$\Rightarrow a = 4 \Rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 3 \Rightarrow \{4, 3, b\} = \{4, 3\}$$

پس b می‌تواند ۳ یا ۴ باشد که به ازای مقدار $b = 4$ حداکثر مقدار $a + b = 4 + 4 = 8$ یعنی حاصل می‌شود.

۲۵- گزینه «۴» (نامر پوقاری)

با توجه به این که برای هر دستگاه دو حالت سبز یا قرمز وجود دارد، می‌توان مجموعه زیر را فضای نمونه‌ای سلامت محصول در نظر گرفت:

$$S = \{\text{سبز}, \text{قرمز}\} \times \{\text{سبز}, \text{قرمز}\} \times \{\text{سبز}, \text{قرمز}\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

۲۶- گزینه «۴» (امین کریمی)

$$\text{الف) } P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B)$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cup B)$$

$$\text{ب) } P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\text{پ) } B \subseteq (A \cup B) \Rightarrow P(B) \leq P(A \cup B)$$

$$\text{ت) } P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

۲۷- گزینه «۱» (سیدسروش کریمی‌مراهی)

فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی برابر است با 12×11 . تعداد حالات پیشامد مطلوب برای این که اولین و دومین نفرات به ترتیب دروازه‌بان و مدافع باشند برابر است با 2×3 ، پس احتمال مورد نظر می‌شود:

$$P(A) = \frac{2 \times 3}{12 \times 11} = \frac{1}{22}$$

۲۸- گزینه «۳» (سیدوید زوالفقاری)

پیشامد بخش پذیر بودن بر ۲: B و پیشامد بخش پذیر بودن بر ۵: A

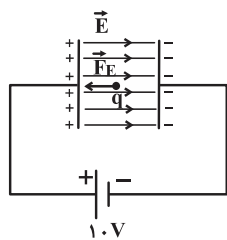
$$P(A \cup B') = P((A' \cap B)') = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(B \cap A')$$

$$= 1 - P(B - A) = 1 - (P(B) - P(A \cap B))$$

$$n(S) = 90$$

$$n(B) = \left[\frac{99}{2}\right] - \left[\frac{9}{2}\right] = 49 - 4 = 45$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{99}{10}\right] - \left[\frac{9}{10}\right] = 9 - 0 = 9$$



$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{1.0}{0.01} = 100.0 \frac{V}{m}$$

و برای محاسبه بار q داریم:

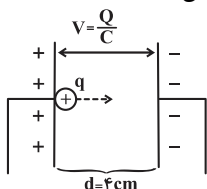
$$F_E = E |q| \Rightarrow |q| = \frac{F_E}{E} = \frac{0.01}{100.0} = 10^{-5} C = 10 \mu C$$

$$\rightarrow q < 0 \rightarrow q = -10 \mu C$$

(مرتقی اسراللهی)

۳۹- گزینه «۳»

ذره q پس از رهاشدن، انرژی پتانسیل الکتریکی خود را از دست می‌دهد و تا رسیدن به صفحه مقابل آن را تبدیل به انرژی جنبشی می‌کند.



$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\epsilon_0 \frac{A}{d}} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

$$W_t = W_E = \Delta K \Rightarrow \Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow |\Delta U_E| = |\Delta K|$$

$$\Rightarrow \frac{Ed}{V} |q| = \frac{1}{2} m (v^2 - 0^2) \Rightarrow v^2 = \frac{2V \times |q|}{m}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2 \times \frac{Qd}{\epsilon_0 A} \times |q|}{m} \Rightarrow Q = \frac{\epsilon_0 A m v^2}{2 |q| d}$$

$$= \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 40 \times 10^{-4} \times 20 \times 10^{-6} \times 2500 \times 10^6}{2 \times 10 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1/1 \times 40 \times 20 \times 2500 \times 10^{-16}}{10^{-7}} = 2/2 \times 10^{-3} C = 2/2 mC$$

(اسماعیل امامر)

۴۰- گزینه «۴»

در حالی که خازن به باتری متصل است، V ثابت می‌ماند و در حالی که از باتری جدا شده است، Q ثابت می‌ماند.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U \propto C \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} = \kappa$$

$$\Rightarrow U' = \kappa U$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow U \propto \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{U''}{U} = \frac{C}{C''} = \frac{1}{\kappa}$$

$$\Rightarrow U'' = \frac{U}{\kappa}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{U''}{U'} = \frac{\frac{U}{\kappa}}{\kappa U} = \frac{1}{\kappa^2}$$

(مهری میراب زاده)

۳۵- گزینه «۱»

ظرفیت خازن بستگی به ساختمان فیزیکی آن دارد، لذا مقدار ظرفیت ثابت می‌ماند، اما مقدار بار ذخیره شده در آن تغییر می‌نماید. داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$\Rightarrow \frac{18}{12} = \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{3}{2} = 1/5$$

(فسرو ارغوانی فرر)

۳۶- گزینه «۲»

وقتی ۶۰ درصد از بار خازن کاهش می‌یابد، مقدار بار الکتریکی آن ۴۰ درصد مقدار بار الکتریکی اولیه می‌شود ($q_2 = 0/4 q_1$). در این حالت چون ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، پس انرژی آن برابر خواهد شد با:

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{(0/4 q_1)^2}{C} = 0/16 \times \frac{1}{2} \times \frac{q_1^2}{C} = 0/16 U_1$$

$$\text{درصد تغییر انرژی خازن} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100$$

$$= \frac{0/16 U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = -84\%$$

پس انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن ۸۴ درصد کاهش می‌یابد.

(اسماعیل امامر)

۳۷- گزینه «۱»

چون بار مثبت از صفحه مثبت تا صفحه منفی جابه‌جا شده است، پس تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی آن منفی و اندازه آن برابر با اندازه کار میدان الکتریکی است.

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \quad \Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta V = \frac{-W_E}{q}$$

$$\frac{W_E = 10 \mu J}{q = 2 \mu C} \Rightarrow \Delta V = \frac{-10}{2} = -5 V$$

$$V_- - V_+ = -5 \Rightarrow V_- - 20 = -5 \Rightarrow V_- = 15 V$$

از طرفی:

$$Q' = CV' \quad \frac{V' = |\Delta V| = 5 V}{C = 1 \mu F} \Rightarrow Q' = 1 \times 5 = 5 \mu C$$

(مهمربارق ماسریره)

۳۸- گزینه «۴»

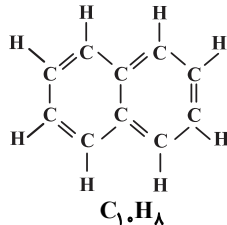
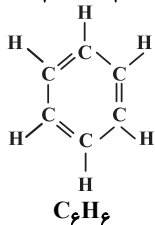
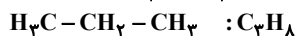
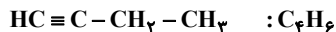
ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن را حساب می‌کنیم:

$$Q' = CV \Rightarrow 20 = 2 \times V \Rightarrow V = 10 V$$

مطابق شکل چون جهت نیروی وارد بر بار الکتریکی در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی بین صفحات است، پس بار q منفی است.

برای محاسبه بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات رسانا داریم:

شیمی (۲)



(بیژن باغبان زاده)

۴۶- گزینه «۴»

$Al_2(SO_4)_3$ و $CuSO_4$ به صورت محلول با هم واکنش نمی دهند و فرآوردهای تولید نمی شود.

(میلاد کرمی)

۴۷- گزینه «۱»

کمترین واکنش پذیری در هر دوره مربوط به عناصر گروه ۱۸ (گازهای نجیب) است. واکنش پذیری با پایداری رابطه عکس دارد.

(منصور سلیمانی ملکان)

۴۸- گزینه «۲»

هنگامی که عنصری در یک واکنش به جای عنصر دیگری در یک ترکیب قرار می گیرد می توان نتیجه گرفت واکنش پذیری این عنصر بیش تر از عنصری است که به جای آن قرار گرفته، پس واکنش پذیری کربن از سیلیسیم بیش تر است. براساس قانون پایستگی جرم باید مجموع جرم واکنش دهنده ها با فرآورده ها برابر باشد. چون در این سؤال مجموع جرم فرآورده ها کم تر از واکنش دهنده ها است، مفهوم آن این است که بخشی از واکنش دهنده ها در واکنش وارد نشده و به شکل ناخالصی باقی مانده اند. بنابراین خواهیم داشت:

مجموع جرم فرآورده ها - مجموع جرم واکنش دهنده ها
(جرم ناخالصی) $12g = 100 - 88$

جرم جامد باقیمانده برابر است با مجموع جرم سیلیسیم و جرم ناخالصی:
 $32 + 12 = 44$ گرم

$\% 72.7 = \frac{32}{44} \times 100$ درصد خلوص

(موسی قیاط علیممیری)

۴۹- گزینه «۱»

طبق نمودار صفحه ۵۰ کتاب درسی، جمله دوم صحیح است.

تشریح سایر عبارتها:

* در سالهای ۲۰۰۶، ۲۰۱۰، ۲۰۱۲ و ۲۰۱۶ میزان تولید غلات بیش تر از میزان بهره برداری آن بوده است.

* طبق متن کتاب درسی همه اعمال گفته شده در حوزه صنایع غذایی است.

* امروزه ذخیره غلات نسبت به دو سال پیش کم تر شده است.

(حامد رواز)

۵۰- گزینه «۲»

موارد «ب»، «پ» و «ت» درست بیان شده اند.

مورد «الف» نادرست است. چون مجموع انرژی جنبشی ذره های سازنده یک ماده، نشان دهنده انرژی گرمایی آن ماده است نه دمای آن.

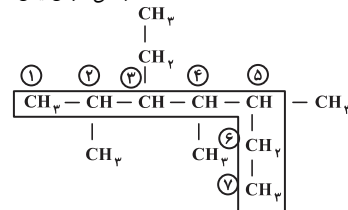
(موری رمشانی)

۴۱- گزینه «۴»

در آلکانها با افزایش شماره اتمهای کربن، جرم مولی افزایش می یابد و از این رو نیروهای بین مولکولی نیز افزایش می یابد. هر اندازه نیروهای بین مولکولی قوی تر باشد، مولکولها تمایل کم تری برای جاری شدن دارند و در نتیجه گرانروی آنها افزایش می یابد. بنابراین هیدروکربن $C_{25}H_{52}$ (وازلین)، گرانروی بیش تری دارد.

(مرتضی فوش کیش)

۴۲- گزینه «۲»

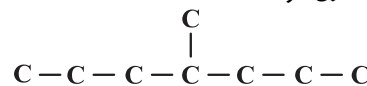


۳- اتیل، ۲، ۴، ۵- تری متیل هپتان

(موسی قیاط علیممیری)

۴۳- گزینه «۱»

(۱) از هر دو سمت می تواند شماره گذاری شود.



زیرا از هر دو سمت، شاخه بر روی کربن ۴ قرار دارد. (درستی گزینه «۱»)

(۲) اگر از سمت راست شماره گذاری شود شاخه متیل روی کربن ۴ می افتد.

(۳) زنجیر از سمت نادرست شماره گذاری شده است و نام صحیح آن ۳- متیل هگزان است.

(۴) این دو ترکیب با هم، یک واحد CH_2 تفاوت دارند؛ پس جرم مولی این دو ترکیب، ۱۴ گرم تفاوت خواهد داشت.

(بیژن باغبان زاده)

۴۴- گزینه «۴»

فرمول کلی آلکانها C_nH_{2n+2} و اختلاف آنها در تعدادی CH_2 می باشد، بنابراین جرم مولی آنها برابر $14n + 2$ گرم می باشد:

A آلکان $C \Rightarrow$ تعداد $= \frac{142-2}{14} = 10 \Rightarrow C_{10}H_{22}$

B آلکان $C_{15}H_{32} \Rightarrow$ جرم مولی $= 212g$

دمای جوش B بالاتر است چون جرم بیش تری دارد.

نسبت تعداد هیدروژنهای ترکیب B به ترکیب A برابر $\frac{32}{22} = \frac{16}{11}$ می باشد.

(علی مؤیری)

۴۵- گزینه «۳»

در آغاز، ساختار ترکیبهای خواسته شده را رسم می کنیم. دقت داشته باشید که C_6H_6 همان بنزن است که ترکیبی با حلقه شش کربنی و دارای سه پیوند دوگانه به صورت یک در میان است.