



# آزمون غیر حضوری دوازدهم ریاضی (۱۶ آذر ۱۳۹۷) (مباحث ۳۰ آذر ۹۷)

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس        | حسابان ۲                   | هندسه ۳            | ریاضیات گسسته      | فیزیک ۳       | شیمی ۳         |
|----------------|----------------------------|--------------------|--------------------|---------------|----------------|
| گزینشگر        | سید عادل حسینی             | امیر حسین ابومحبوب | امیر حسین ابومحبوب | بابک اسلامی   | سهند راحمی پور |
| گروه ویراستاری | مرضیه گودرزی<br>علی ارجمند | علیرضا صابری       | علیرضا صابری       | حمید زرین کفش | سهند راحمی پور |
| مسئول درس      | سید عادل حسینی             | امیر حسین ابومحبوب | امیر حسین ابومحبوب | بابک اسلامی   | سهند راحمی پور |

گروه فنی و تولید:

|                              |                                                       |
|------------------------------|-------------------------------------------------------|
| مسئول تولید آزمون غیر حضوری  | محمد اکبری                                            |
| مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری | زرگس غنی زاده                                         |
| گروه مستندسازی               | مدیر گروه: مریم صالحی<br>مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری |
| حروف نگار و صفحه آرا         | حسن خرم جو                                            |
| ناظر چاپ                     | سوران نعیمی                                           |

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

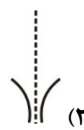
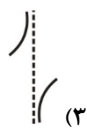
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



$$y = \frac{\sin x + 1}{\cos x - 1}$$

-۷



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2(x-1)^2}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1}} + x \right)$$

-۸

$$-\frac{5}{2} \quad (۲)$$

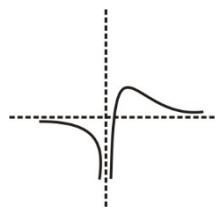
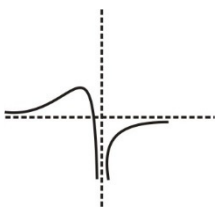
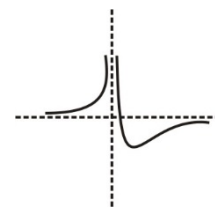
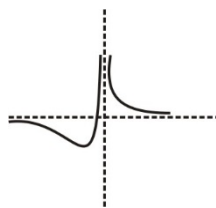
$$\frac{5}{2} \quad (۱)$$

(۴)

$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

$$y = \frac{x-2}{x^2 + 4x + 4}$$

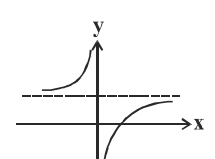
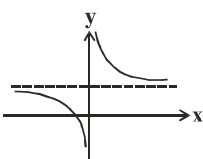
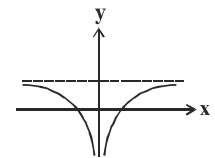
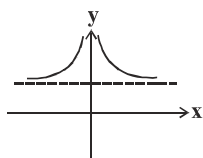
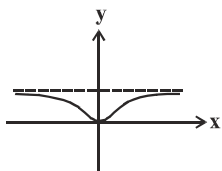
-۹



$$y = \left(\frac{1}{f}\right)(x)$$

$$y = f(x)$$

-۱۰





## هندسه ۳

## هندسه ۳

ماتریس و کاربردها  
آشنایی با مقاطع مخروطی  
صفحه‌های ۲۷ تا ۵۰

۱۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $A^3$  کدام است؟

(۱)  $-500$  (۲)  $-250$

(۳)  $-1000$  (۴)  $-125$

۱۲- اگر  $A$  ماتریس مربعی از مرتبه ۲ و  $\|A\| = \|A + 2A\| = \|A\|$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $2A$  کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) صفر (۲)  $-4$

(۳)  $-8$  (۴)  $-12$

۱۳- دو خط  $L_1$  و  $L_2$  برهم عمودند. پاره خط  $AB$  که طول آن مقدار ثابتی است، طوری تغییر می‌کند که همواره  $A$  روی  $L_1$  و  $B$  روی  $L_2$

$L_2$  قرار دارد. مکان هندسی وسط پاره خط  $AB$  کدام است؟

(۱) دایره (۲) دو خط موازی

(۳) دو خط عمود بر هم (۴) یک خط

۱۴- کم‌ترین فاصله بین نقاط دو دایره  $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$  و  $C': (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $2$

(۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $\sqrt{5}$

۱۵- حدود تغییرات  $m$  کدام باشد تا نقطه  $A = (1, m)$  خارج دایره  $x^2 + y^2 - m(x+y) + 2m = 0$  قرار گیرد؟

(۱)  $m > -1$  (۲)  $m > 4$  یا  $-1 < m < 0$

(۳)  $m > 0$  (۴)  $-1 < m < 4$



۱۶- دو دایره به معادله های  $(x-2)^2 + (y-m)^2 = 16$  و  $x^2 + y^2 + 6x = 0$  بر هم مماس هستند. مقدار مثبت  $m$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{6}$  (۲)  $2\sqrt{6}$

(۳)  $4\sqrt{6}$  (۴)  $3\sqrt{6}$

۱۷- نقطه متغیر  $H$  را روی خط  $d: 3x - 4y + 8 = 0$  و نقطه متغیر  $A$  را روی دایره  $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$  در نظر می گیریم.

کوتاه ترین فاصله  $AH$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲

(۳) ۱ (۴) صفر

۱۸- دایره ای به شعاع ۲ که در مبدأ مختصات بر محور  $y$  مماس است، خط  $x = 1$  را در دو نقطه قطع کرده است. عرض مثبت نقطه

تلاقی کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲) ۱

(۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{3}$

۱۹- در یک بیضی، فاصله هر کانون از دورترین رأس برابر ۸ و از هر یک از دو سر قطر کوچک بیضی برابر ۵ است. خروج از مرکز این

بیضی چقدر است؟

(۱)  $0/2$  (۲)  $0/4$

(۳)  $0/6$  (۴)  $0/8$

۲۰- دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 6$ ، بزرگ ترین دایره محاط درون یک بیضی است. اگر  $F = (3, 1)$  یکی از کانون های این بیضی باشد،

خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$



## ریاضیات گسسته

## ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد

گراف و مدل سازی

صفحه های ۲۲ تا ۴۲

۲۱- در رابطهٔ همنهشتی به پیمانهٔ ۲۹، عدد  $a + 43$  به دستهٔ هم‌ارزی [۲۱] تعلق دارد. مجموع ارقام

کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی  $a$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵

(۳) ۶ (۴) ۱۰

۲۲- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی  $a$ ، رابطهٔ  $a^2 \equiv a + 2$  برقرار است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۵

(۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۲۳- به چند طریق می‌توان یک کیسهٔ ۳۴ کیلویی را با وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

۲۴- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی  $n$  به طوری که معادلهٔ  $39x + 91y = 2^n - 1$  در مجموعهٔ اعداد صحیح جواب

داشته باشد، کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴

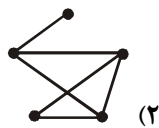
(۳) ۳ (۴) ۲

۲۵- اگر به گراف ۴-منتظم مرتبهٔ  $p$ ، ۱۲ یال اضافه کنیم، گراف کامل  $K_p$  به دست می‌آید.  $p$  کدام است؟

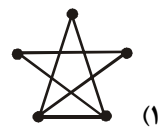
(۱) ۷ (۲) ۸

(۳) ۹ (۴) ۱۰

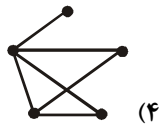
۲۶- نمودار گراف  $G = (V, E)$  که در آن  $V = \{a, b, c, d, e\}$  و  $E = \{ab, ad, ae, bc, bd, de\}$ ، کدام است؟



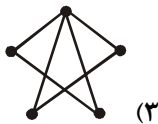
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۲۷- در گراف ساده‌ای که ۱۹ یال دارد،  $\delta = 4$  است. حداکثر تعداد رئوس این گراف کدام است؟

(۲) ۱۰

(۱) ۱۵

(۴) ۵

(۳) ۹

۲۸- در گرافی از اندازه ۱۳، چهار رأس از درجه ۲ و بقیه رئوس از درجه ۳ هستند. میانگین درجات رئوس این گراف کدام است؟

(۲) ۲/۵

(۱) ۲/۴

(۴) ۲/۷

(۳) ۲/۶

۲۹- تعداد مسیرهای به طول ۴ در گراف کامل مرتبه ۷ با مجموعه رئوس  $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  به طوری که ابتدای همه آن‌ها از رأس  $a$  باشد،

کدام است؟

(۴) ۳۶۰

(۳) ۱۲۰

(۲) ۱۸۰

(۱) ۲۴۰

۳۰- در گراف  $G = (V, E)$  با مجموعه رئوس  $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_6\}$ ، در صورتی که  $E = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_4, v_3v_4, v_3v_5\}$

باشد، کدام یال‌ها اضافه یا حذف شوند تا یک گراف ۲-منتظم از مرتبه ۶ به دست آید؟

(۱)  $v_1v_6$  و  $v_5v_4$  اضافه،  $v_1v_3$  و  $v_3v_4$  حذف

(۲)  $v_6v_3$  و  $v_6v_5$  اضافه،  $v_1v_3$  و  $v_3v_4$  حذف

(۳)  $v_1v_6$  و  $v_6v_5$  اضافه،  $v_1v_3$  و  $v_3v_4$  حذف

(۴)  $v_6v_5$  و  $v_6v_4$  اضافه،  $v_1v_3$  و  $v_3v_4$  حذف



## فیزیک

## فیزیک

دینامیک و حرکت دایره‌ای

نوسان و موج

صفحه‌های ۳۵ تا ۷۴

۳۱- شخصی به جرم ۵۰ کیلوگرم روی یک ترازوی فنری در کف یک آسانسور ایستاده است. آسانسور

قسمتی از مسیر را با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  به طور تندشونده بالا رفته و سپس با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  و به طور

کندشونده متوقف می‌شود. اندازه اختلاف وزنی که ترازوی فنری در این دو حالت نشان می‌دهد، چند

نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۱) ۶۰۰ (۲) ۴۰۰

(۳) ۲۰۰ (۴) صفر

۳۲- چکشی به جرم  $1/5 kg$  را با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  به میخی می‌کوبیم و چکش به حالت سکون قرار می‌گیرد. اگر زمان برخورد چکش با میخ

$0/005s$  باشد، بزرگی نیروی متوسطی که به چکش وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

(۱) ۳۰۰ (۲) ۱۵۰۰

(۳) ۲۰۰۰ (۴) ۳۰۰۰

۳۳- در یک ساعت دیواری، طول عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار به ترتیب برابر با  $8cm$  و  $12cm$  است. تندی نوک عقربه ساعت شمار،

چند برابر تندی نوک عقربه دقیقه شمار است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱)  $\frac{1}{18}$  (۲)  $\frac{1}{12}$

(۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{9}$

۳۴- روی پره‌های یک بالگرد (هلیکوپتر)، نقطه‌ای به فاصله  $3m$  از محور دوران آن با شتاب مرکزگرای  $24300 \frac{m}{s^2}$  در حال چرخش است.

پره‌های این بالگرد در هر دقیقه چند دور می‌زنند؟ ( $\pi = 3$ )

(۱) ۱۵ (۲) ۹۰۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۵۰

۳۵- دو ماهواره به جرم‌های  $m_1$  و  $m_2 = 3m_1$  در ارتفاع‌های  $R_e$  و  $h_1 = R_e$  و  $h_2 = 2R_e$  نسبت به سطح زمین، با سرعت ثابت در مدارهای

دایره‌ای شکل به دور زمین می‌چرخند. نسبت تندی ماهواره دوم به تندی ماهواره اول، کدام است؟ ( $R_e$  شعاع کره زمین است.)

(۱)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (۲)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$





۳۶- معادله‌های حرکت هماهنگ ساده دو ذره با جرم‌های مساوی در SI به ترتیب به صورت  $x_1 = 4 \cos 20\pi t$  و  $x_2 = 2 \cos 40\pi t$  است.

نسبت انرژی مکانیکی ذره (۱) به انرژی مکانیکی ذره (۲)، کدام است؟

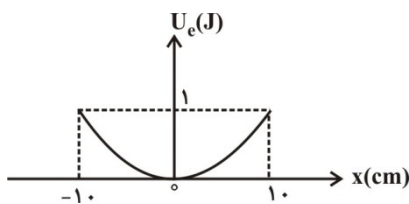
(۱) ۲

(۲) ۱

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

۳۷- نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که با دوره  $\frac{\pi}{50}$  s در حال نوسان است، مطابق شکل زیر می‌باشد. جرم نوسانگر



چند گرم است؟

(۱) ۰/۰۲

(۲) ۲۰

(۳) ۰/۰۴

(۴) ۴۰

۳۸- یک آونگ ساده به طول L و یک سامانه جرم و فنر که وزن و وزن آن W و ثابت فنر آن k است، هم‌زمان به نوسان در می‌آیند. اگر دوره

تناوب آونگ ساده و سامانه جرم و فنر یکسان باشد، کدام رابطه زیر برقرار است؟

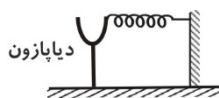
(۲)  $W = 2kL$

(۱)  $W = kL$

(۴)  $W = \frac{1}{2}kL$

(۳)  $W = \sqrt{2}kL$

۳۹- مطابق شکل زیر، چنان‌چه فنر سبکی را توسط یک دیپازون به نوسان در آوریم، موج ایجاد شده در فنر از نوع ... است و با تغییر بسامد



دیپازون، سرعت انتشار این موج در فنر ...

(۲) طولی - تغییر می‌کند.

(۱) عرضی - تغییر می‌کند.

(۴) طولی - ثابت می‌ماند.

(۳) عرضی - ثابت می‌ماند.

۴۰- سیمی به چگالی  $\frac{8}{7} \frac{g}{cm^3}$  و قطر مقطع  $0.5 mm$ ، بین دو نقطه با نیرویی به بزرگی  $234 N$  کشیده شده است. اندازه سرعت انتشار

امواج عرضی در این سیم چند  $\frac{m}{s}$  است؟ ( $\pi = 3$ )

(۲) ۴۰

(۱)  $25 \times 10^{-6}$

(۴) ۴۰۰

(۳) ۱۰۰



## شیمی

## شیمی

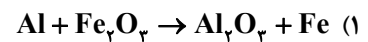
آسایش و رفاه در سایه شیمی  
صفحه‌های ۳۷ تا ۶۴

۴۱- کدام گزینه جای خالی زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«در رایج‌ترین نوع سلول سوختی ...»

- (۱) سوخت، که طی واکنش برقکافت آب در یک سلول الکترولیتی تهیه شده است، قبل از عبور از غشا الکترون از دست می‌دهد.  
 (۲) ماده اکسنده، پس از شرکت در واکنشی در سطح کاتالیزگر کاتدی، بخار آب تولید می‌کند.  
 (۳) که نوعی سلول گالوانی است، واکنشی رخ می‌دهد که طی آن، عدد اکسایش اتم‌های سوخت ۱ واحد افزایش می‌یابد و بازده واکنش ۲۰ درصد است.  
 (۴) تمام مواد خروجی و ورودی به حالت گاز هستند.

۴۲- تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده در کدام واکنش انجام پذیر بیشتر است؟



(۴) فرآیند هابر

(۳) فرآیند هال

۴۳- کدام گزینه در ارتباط با روشی که طی آن آهن، توسط یک فلز کاهنده‌تر، از اکسایش محافظت می‌شود، کدام نادرست است؟

- (۱) برای این نوع حفاظت، می‌توان از آلومینیوم، منیزیم یا منگنز استفاده کرد.  
 (۲) به ماده تولید شده با این روش حفاظتی، آهن گالوانیزه یا آهن سفید می‌گویند.  
 (۳) برخلاف حلبی، در اثر ایجاد خراش در سطح این نوع آهن باز هم آهن از اکسایش حفظ می‌شود.  
 (۴) علت عدم استفاده از این نوع آهن، در بسته‌بندی مواد غذایی، احتمال ورود یون‌های فلز کاهنده به درون مواد غذایی است.  
 ۴۴- آبرکاری در یک سلول ..... صورت می‌گیرد و طی آن .....

- (۱) الکترولیتی - جهت حرکت الکترون از آند به کاتد است یعنی از فلز ارزشمندتر به دیگری است.  
 (۲) سوختی - روی سطح فلز کاتد، یون‌های محلول الکترولیت که مربوط به همان فلز اند هستند، کاهش می‌یابند.  
 (۳) الکترولیتی - اگر مربوط به قاشق فولادی با فلز نقره باشد، قاشق فولادی را به قطب مثبت باتری وصل می‌کنند.  
 (۴) گالوانی - سطح یک فلز را بالای نازکی از فلزی ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی می‌پوشانند.

۴۵- چند مورد از موارد زیر از تفاوت‌های سلول‌های گالوانی و الکترولیتی هستند؟

تعریف آند و کاتد به عنوان قطب مثبت و منفی

جهت حرکت الکترون بین آند و کاتد

نوع واکنش انجام شده در سطح آند و کاتد

وجود یا عدم وجود یک دیوارهای متخلخل در سلول

(۱) ۱

(۲) ۲

(۴) ۴

(۳) ۳



۴۶- در ارتباط با برقکافت  $\text{NaCl}$ ، چند مورد درست است؟

- (الف) ماده اولیه الزاماً باید به حالت مذاب باشد و برای کاهش ۲۱۴ درجه سلیسیوسی نقطه ذوب آن، به آن  $\text{CaCl}_2$  می‌افزایند.  
 (ب) می‌تواند در سلول دانه انجام شود که در آن گاز جمع شده در اطراف آند آن، همان گاز کلر است.  
 (پ) در آن، تیغه سدیمی نقش کاتد را دارد.  
 (ت) در یک سلول الکترولیتی صورت می‌گیرد که قطب مثبت باتری به آند آن وصل است.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

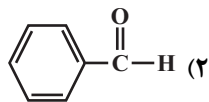
۴۷- در فرآیند خوردگی کدام گزینه رخ نمی‌دهد؟

- (۱) در بخشی از فرایند که آهن به عنوان آند عمل می‌کند و زیر قطره آب است، ابتدا عدد اکسایش آهن دو واحد افزایش می‌یابد.  
 (۲) در بخشی از فرایند که به عنوان کاتد عمل می‌کند و در مجاورت  $\text{O}_2$  قرار دارد، نیم واکنش  $2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2 + 4e^- \rightarrow 4\text{OH}^-$  رخ می‌دهد.

(۳) فرآورده نهایی دو نیم‌واکنش اکسایش آهن و کاهش اکسیژن، آهن (II) اکسید یا همان زنگ آهن است.

(۴) حضور اسید در محیط، سرعت این فرایند را افزایش می‌دهد.

۴۸- در کدام گزینه، عدد اکسایش همه اتم‌های کربن، برابر هستند؟



(۱) اتانول

(۴) استیک اسید

(۳) اتان

۴۹- در کدام گزینه، نام ظرفی مناسب برای نگهداری ماده مذکور آمده است؟

(۱) ظرف آلومینیومی ← هیدروکلریک اسید

(۲) آهن سفید ← محلول مس (II) سولفات

(۳) قوطی حلبی ← شیر منیزی

(۴) ظرف آهنی که درون آن با نقره آبکاری شده است ← محلول پلاتین (II) سولفات

۵۰- در تولید منیزیم از آب دریا، کدام گزینه در مورد مراحل صورت گرفته در این روش نادرست است؟

(۱) عبور  $\text{Mg(OH)}_2$  از صافی ← تولید  $\text{MgCl}_2$

(۲) ذوب  $\text{Mg(OH)}_2$  ← برقکافت آن

(۳) برقکافت  $\text{MgCl}_2$  ← ورود به سلول الکتروشیمی

(۴) خشک کردن  $\text{MgCl}_2$  ← ذوب  $\text{MgCl}_2$



دفترچه پاسخ

پاسخ نامه دروس اختصاصی

آزمون غیر حضوری

اختصاصی ریاضی

(۱۶ آذر ۱۳۹۷)

(مباحث ۳۰ آذر ۹۷)

گروه فنی و تولید:

|                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| محمد اکبری                   | مسئول تولید آزمون غیر حضوری  |
| نرگس غنی زاده                | مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری |
| مدیر گروه: مریم صالحی        | گروه مستند سازی              |
| مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری | حروف نگار                    |
| حسن خرم جو                   | ناظر چاپ                     |
| سوران نعیمی                  |                              |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۶۶۶۳-۰۲۱



حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(سیر عارل مسینی)

$$y = \begin{cases} 4 & ; x \in \mathbb{Q} \\ \sin(\pi x) \cos(\pi x) & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases} = \begin{cases} 4 & ; x \in \mathbb{Q} \\ \frac{1}{2} \sin(2\pi x) & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

دوره تناوب ضابطه بالایی، هر عدد گویایی ( $T_1 \in \mathbb{Q}$ ) می تواند باشد و دوره

تناوب ضابطه پائین را نیز می توان  $T_2 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$  در نظر گرفت. چون

$T_2 \in \mathbb{Q}$  است، دوره تناوب تابع همان  $T_2 = 1$  است.

۲- گزینه «۱»

(علی اصغر فرضی)

$$\cos \frac{5\pi}{3} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(\frac{2\pi}{3} + x) = \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + x) = \cos(\frac{\pi}{6} + x)$$

$$= \cos \frac{\pi}{6} \cos x - \sin \frac{\pi}{6} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

۳- گزینه «۴»

(سراسری ریاضی - ۸۶)

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2 \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

(چون جواب های به دست آمده، ریشه مخرج نیستند، قابل قبول هستند.)

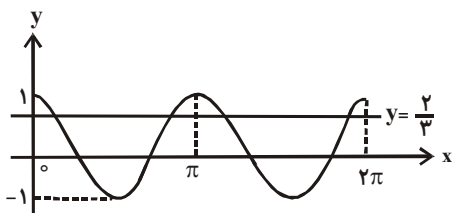
۴- گزینه «۴»

(مهمربنا شوکتی بیرق)

$$\sin(\frac{\pi}{4} + x) \sin(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} [\cos(\frac{\pi}{4} + x + \frac{\pi}{4} - x) - \cos(\frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4} + x)]$$

$$= -\frac{1}{2} [0 - \cos 2x] = \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2x = \frac{2}{3}$$



با توجه به نمودارهای  $y = \cos 2x$  و  $y = \frac{2}{3}$  ملاحظه می کنیم که معادله

داده شده، چهار ریشه در بازه  $[0, 2\pi]$  دارد.

۵- گزینه «۲»

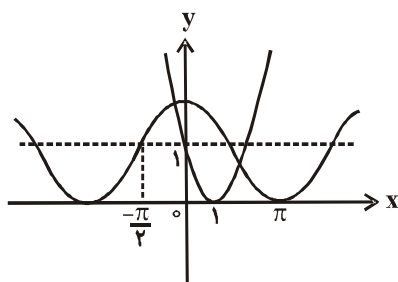
(مهرراز ملونزی)

$$x^2 - \cos x = 2x \Rightarrow x^2 - 2x = \cos x$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 - 1 = \cos x \Rightarrow (x-1)^2 = 1 + \cos x$$

با رسم نمودارهای دو تابع با معادله های  $y_1 = 1 + \cos x$ ،  $y_2 = (x-1)^2$  در

یک دستگاه مختصات داریم:



بنابراین معادله، یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.



۶- گزینه «۴»

(شماره شهسواریان)

تابع  $y = \tan(u)$  در نقاط  $u = k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )، مجانب قائم دارد.

$$\pi \sin x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x = k + \frac{1}{2}$$

با توجه به این که  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  است. بنابراین:

$$k = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^+} \tan(\pi \sin x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^+} \tan x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-} \tan(\pi \sin x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-} \tan x = +\infty$$

بنابراین نمودار در اطراف مجانب‌اش به صورت زیر است.



۷- گزینه «۲»

(شمیر ستاری)

برای یافتن معادلهٔ مجانب‌های قائم، ریشه‌های مخرج کسر را می‌یابیم:

$$\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

از طرفی، همواره:

$$\cos x \leq 1 \Rightarrow \cos x - 1 \leq 0$$

حال اگر یکی از مجانب‌های قائم، مثلاً  $x = 0$  را در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \frac{0+1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \frac{0+1}{0^-} = -\infty \end{cases}$$

بنابراین در اطراف مجانب قائم هر دو شاخهٔ منحنی به سمت  $(-\infty)$  میل

می‌کنند و در نتیجه گزینهٔ «۲» صحیح است.

۸- گزینه «۱»

(مهمرباطهر شعاعی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2(x-1)^2}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1}} + x \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2(x-1)^2}{|2x+1|} + x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2(x-1)^2}{-2x-1} + x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 4x + 2 - 2x^2 - x}{-2x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + 2}{-2x-1} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

(غلامرضا علی)

۹- گزینه «۳»

$$y = \frac{x-2}{(x+2)^2}$$

بنابراین در اطراف خط مجانب قائم  $x = -2$ ، تابع به سمت  $-\infty$  میل می‌کند.

بنابراین گزینه‌های (۳) یا (۴) می‌تواند درست باشد.

در ضمن داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$$

اما وقتی  $x \rightarrow +\infty$ ،  $y$  مثبت و وقتی  $x \rightarrow -\infty$ ،  $y$  منفی است. بنابراین گزینهٔ

(۳) درست است.

(فره‌ار هابی)

۱۰- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0^+$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} f(x)} = +\infty$$

تنها نمودار گزینهٔ «۲» این ویژگی را دارد.



هندسه ۳

۱۱- گزینه «۴»

(لایظم باقرزاده)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

ساروس

$$= (-3 + 0 + 6) - (1 + 12 + 0) = 3 - 12 = -9$$

$$|\frac{1}{2}A|^3 = \frac{1}{8}|A|^3 = \frac{1}{8}(-9)^3 = -\frac{1000}{8} = -125$$

۱۲- گزینه «۳»

(امیر ممدطاهری)

$$||A|A + 2A| = |A| \Rightarrow |A|(|A| + 2) = |A| \Rightarrow (|A| + 2)^2 |A| = |A|$$

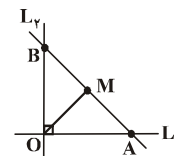
عدد

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \Rightarrow |2A| = 4|A| = 0 \\ |A| + 2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} |A| = -1 \Rightarrow |2A| = 2^2|A| = -4 \\ |A| = -3 \Rightarrow |2A| = 2^2|A| = -12 \end{cases} \end{cases}$$

دترمینان ماتریس 2A، تنها یکی از مقادیر 0، -4 و -12 می تواند باشد.

۱۳- گزینه «۱»

(سیدعادل رضا مرتضوی)



مطابق شکل، در مثلث قائم الزاویه OAB، میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر

است، پس با فرض اینکه طول AB برابر k است، داریم:

$$OM = \frac{AB}{2} = \frac{k}{2}$$

یعنی فاصله نقطه متغیر M، از نقطه ثابت O، برابر با مقدار ثابت  $\frac{k}{2}$  است، لذا

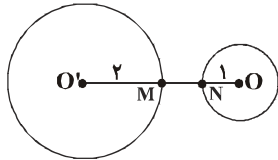
مکان هندسی نقطه M، دایره‌ای به مرکز O و به شعاع  $\frac{k}{2}$  است.

۱۴- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیعی)

شعاع دایره C،  $r = 1$ ، مرکز دایره C،  $O = (2, -1)$   
 شعاع دایره C'،  $r' = 2$ ، مرکز دایره C'،  $O' = (-1, 3)$

$$\Rightarrow OO' = \sqrt{(-1-2)^2 + (3+1)^2} = 5 > r + r' \Rightarrow \text{دایره‌ها متخارج‌اند}$$



پس کوتاه‌ترین فاصله بین نقاط این دو دایره، مطابق شکل، طول پاره خط MN

است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$MN = OO' - (r + r') = 5 - (1 + 2) = 2$$

۱۵- گزینه «۲»

(سامان اسپهرم)

$$x^2 + y^2 - mx - my + 2m = 0 \Rightarrow (x - \frac{m}{2})^2 + (y - \frac{m}{2})^2 = \frac{m^2 - 4m}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز دایره: } W = (\frac{m}{2}, \frac{m}{2}) \\ \text{شعاع: } R = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{m^2 - 4m}) \end{cases}$$

برای آن‌که نقطه  $A = (1, m)$  خارج این دایره باشد باید  $AW > R$  باشد،

پس:

$$\sqrt{(\frac{m}{2} - 1)^2 + (\frac{m}{2} - m)^2} > \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{m^2 - 4m}$$

$$\Rightarrow (\frac{m-2}{2})^2 + (-\frac{m}{2})^2 > \frac{m^2 - 4m}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2m^2 - 4m + 4}{4} > \frac{m^2 - 4m}{2} \Rightarrow m > -1 \quad (1)$$

از طرفی برای شعاع دایره داریم:

$$R = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{m^2 - 4m} \Rightarrow m^2 - 4m > 0 \Rightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \text{یا} \\ m > 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} (-1 < m < 0) \cup (m > 4)$$



۱۶- گزینه «۲»

(هاری کنی)

دایره به صورت  $x^2 + y^2 = 4$  است، از تقاطع این دایره با خط  $x=1$ ،

داریم:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow (1-2)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3}$$

$$C_1: (x-2)^2 + (y-m)^2 = 16 \Rightarrow O_1 = (2, m), R_1 = 4$$

$$C_2: x^2 + y^2 + 6x = 0 \Rightarrow (x+3)^2 + y^2 = 9$$

$$\Rightarrow O_2 = (-3, 0), R_2 = 3$$

$$O_1O_2 = \sqrt{5^2 + m^2} = \sqrt{25 + m^2} > R_1, R_2$$

بنابراین دو دایره تنها می‌توانند مماس خارج باشند. پس:

$$O_1O_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow \sqrt{25 + m^2} = 4 + 3 \Rightarrow m^2 + 25 = 49$$

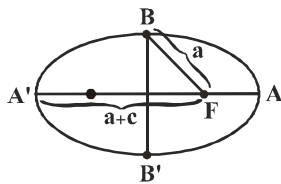
$$\Rightarrow m^2 = 24 \Rightarrow m = \pm 2\sqrt{6}$$

۱۷- گزینه «۲»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

(امیرحسین ابومشوب)

۱۹- گزینه «۳»



$$\left. \begin{aligned} \text{فاصله کانون تا دورترین رأس} &= a+c=8 \\ \text{فاصله کانون تا رأس ناکانونی} &= a=5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c=3$$

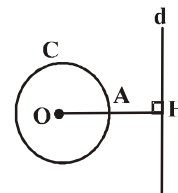
$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} = 0.6: \text{خروج از مرکز}$$

توجه کنید که دو سر قطر کوچک بیضی را رئوس ناکانونی می‌نامیم.

$$C: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1, O = (1, -1), R = 1$$

مطابق شکل، فاصله مرکز دایره از خط  $d$  برابر است با:

$$OH = \frac{|3 \times 1 - 4(-1) + 8|}{\sqrt{9+16}} = 3 \Rightarrow \min(AH) = OH - R = 2$$



(مهرداد ملونری)

۲۰- گزینه «۱»

نکته: اگر  $BB'$  قطر کوچک بیضی باشد آنگاه دایره به قطر  $BB'$ ، بزرگ‌ترین دایره محاط درون آن بیضی است. پس مرکز این دایره، همان مرکز بیضی و شعاع دایره، برابر مقدار  $b$  برای بیضی است. داریم:

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y = 6 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز بیضی: } W = (1, -3) \\ \text{شعاع دایره: } R = 4 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

از طرفی  $F = (3, 1)$  یکی از کانون‌های بیضی است، پس:

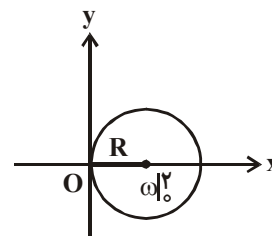
$$\begin{cases} c = |FW| = \sqrt{(1-3)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{5} \\ a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{16 + 20} = 6 \end{cases}$$

$$\text{خروج از مرکز: } e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

ریاضیات گسسته

۱۸- گزینه «۴»

(مسین شاهیلو)



چون این دایره خط  $x=1$  را قطع می‌کند، پس در سمت راست محور  $y$  ها قرار

دارد. مطابق شکل، مختصات مرکز دایره‌ای به شعاع  $R=2$  که در مبدأ

مختصات بر محور  $y$  ها مماس است، به صورت  $\omega(2, 0)$  است، پس معادله این





۲۱- گزینه «۳»

(نوبت میبری)

با توجه به این که تعداد وزنه‌ها عددی صحیح و نامنفی است، داریم:

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow -5k + 8 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{8}{5} \\ y \geq 0 &\Rightarrow 3k + 2 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{عدد صحیح } k \\ k = 0, 1 \end{array}$$

بنابراین به دو طریق می‌توان یک کیسه ۳۴ کیلویی را با وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد.

$$a + 4z \equiv 21$$

$$\Rightarrow a \equiv 21 - 4z \Rightarrow a \equiv -2z \equiv 7 \Rightarrow a = 29k + 7 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

کم‌ترین مقدار سه رقمی a به ازای k=4 به دست می‌آید و در این صورت خواهیم داشت:

$$a_{\min} = 116 + 7 = 123$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 2 + 3 = 6$$

۲۴- گزینه «۳»

(ممدعلی نارپور)

$$13 \mid 2^n - 1 \Rightarrow 13 \mid 2^{12} - 1$$

$$2^6 = 64 \equiv -1 \pmod{13} \Rightarrow 2^{12} \equiv 1 \pmod{13}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، به ازای n=12، رابطه 13 | 2^n - 1 برقرار است، پس 12 کوچک‌ترین عدد دو رقمی است که دارای ویژگی مورد نظر می‌باشد.

$$1 + 2 = 3 \text{ : مجموع ارقام}$$

(علیرضا سیف)

۲۲- گزینه «۲»

$$a^2 \equiv a + 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 \equiv 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) \equiv 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 7q \Rightarrow \begin{cases} a - 2 = 7q' \Rightarrow a = 7q' + 2 \\ a + 1 = 7q'' \Rightarrow a = 7q'' - 1 = 7q'' + 6 \end{cases}$$

پس برای آن که رابطه برقرار باشد، باید باقی‌مانده a بر 7 یا 6 باشد.

$$a = 7q + 2 \Rightarrow q = 2, 3, \dots, 13 \Rightarrow \text{عدد } 12$$

$$a = 7q + 6 \Rightarrow q = 1, 2, \dots, 13 \Rightarrow \text{عدد } 13$$

مجموعاً ۲۵ عدد طبیعی دو رقمی برای a داریم.

۲۵- گزینه «۲»

(سیرمسن خاطمی)

$$q = \frac{rp}{2} \text{ در گراف } (r-2) \text{ منتظم } p \text{ مرتبه } p$$

$$K_p \text{ در گراف کامل } q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\frac{p(p-1)}{2} - \frac{rp}{2} = 12 \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} - \frac{4p}{2} = 12 \Rightarrow p(p-1) - 4p = 24 \Rightarrow p(p-5) = 24 = 8 \times 3 \Rightarrow p = 8$$

(مهرداد ملونری)

۲۶- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومیبوب)

۲۳- گزینه «۱»

اگر تعداد وزنه‌های ۳ کیلویی را با x و تعداد وزنه‌های ۵ کیلویی را با y نشان دهیم، آنگاه داریم:

$$3x + 5y = 34 \Rightarrow 5y \equiv 34 \pmod{3} \Rightarrow -y \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow y \equiv -1 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow y = 3k + 2$$

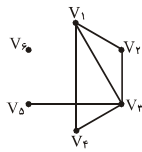
$$3x + 5(3k + 2) = 34 \Rightarrow 3x = -15k + 24 \Rightarrow x = -5k + 8$$



گراف  $G = (V, E)$  از مرتبه ۶ و با مجموعه یال‌های

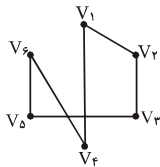
$$\{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_2v_3, v_3v_4, v_3v_5\}$$

به صورت زیر است:

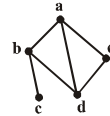


در صورتی که یال‌های  $v_3v_4$  و  $v_3v_5$  اضافه شوند و یال‌های  $v_1v_2$  و  $v_1v_3$

حذف شوند، یک گراف ۲-منتظم حاصل می‌شود:

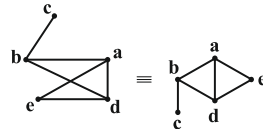


نمودار گراف  $G = (V, E)$  با مجموعه  $V$  و  $E$  مورد نظر به صورت زیر است:



مطابق شکل زیر، با تغییر مکان رأس  $e$ ، از روی یک گراف، گراف دیگر

حاصل می‌شود.



(هومن نورائی)

۲۷- گزینه «۳»

در هر گراف ساده از مرتبه  $p$  داریم:

$$\delta \leq \frac{2q}{p} \Rightarrow 4 \leq \frac{28}{p} \Rightarrow p \leq \frac{28}{4} \Rightarrow p \leq 7 \Rightarrow p_{\max} = 7$$

(عمیدرضا امیری)

۲۸- گزینه «۳»

اگر مرتبه گراف را  $p$  در نظر بگیریم آنگاه با توجه به فرض داریم:

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \Rightarrow 4 \times 2 + (p-4) \times 3 = 2 \times 13$$

$$\Rightarrow 8 + 3p - 12 = 26 \Rightarrow 3p = 30 \Rightarrow p = 10$$

$$\text{میانگین درجات رئوس} = \frac{2q}{p} = \frac{2 \times 13}{10} = 2.6$$

(رحمت عین‌علیان)

۲۹- گزینه «۴»

برای یک مسیر به طول ۴ به ۵ رأس نیاز داریم، که باید از رأس  $a$  شروع شوند.

تعداد این مسیرها برابر است با:

$$\frac{1}{a} \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

(علی عابدینی)

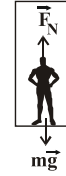
۳۰- گزینه «۴»



فیزیک

۳۱- گزینه «۳»

(ممید زین کفش)



$$F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = +2 \frac{m}{s} \Rightarrow (F_N)_1 - 500 = 50 \times 2 \Rightarrow (F_N)_1 = 600 \text{ N} \\ a_2 = -2 \frac{m}{s} \Rightarrow (F_N)_2 - 500 = 50 \times (-2) \Rightarrow (F_N)_2 = 400 \text{ N} \end{cases}$$

$$(F_N)_1 - (F_N)_2 = 600 - 400 = 200 \text{ N}$$

۳۲- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = m \frac{|\vec{v} - \vec{v}_0|}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow F_{av} = 1/5 \times \frac{|0 - 10|}{0.005} = 3000 \text{ N}$$

۳۳- گزینه «۱»

(بابک اسلامی)

عقربه ساعت‌شمار در هر ۱۲ ساعت یک دور کامل می‌زند. بنابراین داریم:

$$T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1} \Rightarrow 12 \times 60 \times 60 = \frac{2 \times 3 \times 8 \times 10^{-2}}{v_1}$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{6 \times 8 \times 10^{-2} \text{ m}}{12 \times 3600 \text{ s}}$$

عقربه دقیقه‌شمار در هر ۶۰ دقیقه یک دور کامل می‌زند. بنابراین داریم:

$$T_2 = \frac{2\pi r_2}{v_2} \Rightarrow 60 \times 60 = \frac{2 \times 3 \times 12 \times 10^{-2}}{v_2}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{6 \times 12 \times 10^{-2} \text{ m}}{3600 \text{ s}}$$

بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{6 \times 8 \times 10^{-2}}{12 \times 3600}}{\frac{6 \times 12 \times 10^{-2}}{3600}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

(بابک اسلامی)

۳۴- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه اندازه شتاب مرکزگرا، دوره حرکت را به دست

می‌آوریم:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow 24300 = \frac{4\pi^2 \times 3}{T^2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{90} \text{ s} = \frac{1}{15}$$

با توجه به این که زمان یک دور چرخش برابر با T ثانیه است، داریم:

$$\text{rpm} = \left( \frac{1 \text{ دور}}{T(s)} \right) \left( \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right) = \left( \frac{1 \text{ دور}}{\frac{1}{15} \text{ s}} \right) \left( \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right) = 900 \frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}}$$

(بابک اسلامی)

۳۵- گزینه «۲»

نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای یکنواخت ماهواره به دور زمین

توسط نیروی گرانش وارد بر ماهواره تأمین می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \quad \begin{matrix} r_1 = R_e + R_e = 2R_e \\ r_2 = R_e + 2R_e = 3R_e \end{matrix} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2R_e}{3R_e}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$



۳۶- گزینه «۲»

(فرهنگ فرقانی فردر)

با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده، می توان نوشت:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow{m_1 = m_2} \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{20\pi}{40\pi}\right)^2 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 1$$

(روبن هوانسیان)

۳۹- گزینه «۴»

چون راستای ارتعاش ذرات بر راستای انتشار موج منطبق است، بنابراین موج

طولی است. هم چنین سرعت انتشار موج در یک محیط تنها به ویژگی های

فیزیکی محیط بستگی دارد و از شرایط چشمه موج مستقل است، بنابراین با

تغییر بسامد چشمه موج، سرعت انتشار موج در محیط (فتر) ثابت می ماند.

۳۷- گزینه «۲»

(ابراهیم قلی دوست)

ابتدا بسامد زاویه ای نوسانگر را حساب می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow \omega = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

با توجه به این که بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی برابر با انرژی مکانیکی است،

جرم نوسانگر را به دست می آوریم:

$$E = U_{\max} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} m \times (100)^2 \times (0.1)^2$$

$$\Rightarrow m = \frac{2}{100} \text{ kg} = 20 \text{ g}$$

(مسئله پیکان)

۴۰- گزینه «۴»

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{m = \rho V} v = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$$v = \frac{2}{0.5 \times 10^{-3}} \times \sqrt{\frac{224}{3 \times 7 / 8 \times 10^3}} \Rightarrow v = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۸- گزینه «۱»

(غلامرضا مصبی)

دوره تناوب حرکت نوسانی ساده یک آونگ ساده از رابطه  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$  و

دوره تناوب سامانه جرم- فنر از رابطه  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  به دست می آید. با توجه

به برابر بودن دوره آنها داریم:

$$T_1 = T_2 \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{L}{g} = \frac{m}{k}$$

$$\Rightarrow mg = kL \Rightarrow W = kL$$



## شیمی

## ۴۱- گزینه «۳»

(شهرزاد مسین زاده)

رایج ترین نوع سلول سوختی، سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن است که نوعی سلول گالوانی است. در این سلول واکنش  $H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$  رخ می‌دهد که طی آن عدد اکسایش اتم‌های سوخت سلول (هیدروژن) ۱ واحد افزایش می‌یابد. بازده این واکنش در سلول سوختی ۶۰ درصد است. (۳ برابر بازده آن در موتور درون سوز که ۲۰ درصد است). بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: سوخت همان هیدروژن است که طی واکنش برقکافت آب در سلول الکترولیتی تهیه می‌شود و ابتدا الکترون از دست می‌دهد، سپس پروتون آن از غشا عبور می‌کند.

گزینه «۲»: ماده اکسند اکسیژن و سوخت هیدروژن است؛ اکسیژن در کاتالیزگری کاتدی با پروتون و الکترون واکنش می‌دهد و بخار آب تولید می‌کند. گزینه «۴»: همه مواد به حالت گازی هستند.

## ۴۲- گزینه «۳»

(شهرزاد مسین زاده)

گزینه «۱»: این واکنش انجام پذیر است چون آلومینیم که اکسید شده کاهنده قوی تری است (با توجه به سری الکتروشیمیایی) و در این واکنش گونه کاهنده (Al) از عدد اکسایش صفر در حالت آزاد به ۳ در یون  $Al^{3+}$  رسیده است. بررسی میانه گزینه‌ها:

گزینه «۲»: واکنش انجام پذیر نیست. Mg در سری الکتروشیمیایی از Au پایین تر و کاهنده تر است.

گزینه «۳»: در فرایند هال  $(2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2)$  کاهنده کربن است که از عدد اکسایش صفر در حالت آزاد به +۴ در ساختار  $CO_2$  رسیده است.

گزینه «۴»: در فرایند هابر  $(N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3)$  گونه کاهنده هیدروژن است که از عدد اکسایش صفر در حالت عنصری به +۱ در ساختار  $NH_3$  رسیده است.

## ۴۳- گزینه «۲»

(شهرزاد مسین زاده)

فقط در صورتی آهنی سفید یا گالوانیزه نام دارد که فلز مورد استفاده به عنوان کاتد، روی (Zn) باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: همگی در سری الکتروشیمیایی از آهن پایین تر و کاهنده تر هستند.

گزینه «۳»: چون در هر حال فلز کاهنده تر، در رقابت کاتدی برای اکسیدشدن پیروز می‌شود. اما در حالتی که از قلع استفاده می‌شود، آهن از آن کاهنده تر است.

گزینه «۴»: چون ممکن است طی اکسایش یون‌ها وارد مواد غذایی شوند.

## ۴۴- گزینه «۱»

(شهرزاد مسین زاده)

در سلول الکترولیتی آبکاری انجام می‌شود و جهت حرکت الکترون در آن از آند به کاتد است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های «۲» و «۴»: سلول مورد نظر الکترولیتی (ونه گالوانی یا سوختی) است.

گزینه «۳»: در این نوع آبکاری، قاشق به قطب منفی باتری وصل می‌شود و کاتد است.

## ۴۵- گزینه «۲»

(شهرزاد مسین زاده)

موارد اول و آخر از تفاوت‌ها هستند.

مورد اول: آند در سلول الکترولیتی قطب مثبت است در سلول گالوانی قطب منفی است.

مورد دوم: همواره جهت حرکت الکترون از آند به کاتد است.

مورد سوم: همواره در سطح آند اکسایش و سطح کاتد کاهش رخ می‌دهد.

مورد چهارم: در سلول الکترولیتی بر خلاف گالوانی دیواره متخلخل نداریم.



۴۶- گزینه «۳»

(شهرزاد حسین زاده)

موارد الف، ب و ت درست است؛ بررسی سایر موارد:

الف) NaCl مذاب در این واکنش شرکت می کند که با افزودن کلسیم کلرید به

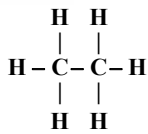
آن، نقطه ذوبش از  $801^{\circ}\text{C}$  به  $587^{\circ}\text{C}$  می رسد.

ب) این واکنش در صنعت در سلول دانه رخ می دهد.

پ) سدیم به صورت تیغه در این واکنش شرکت نمی کند؛ هدف تولید سدیم است نه

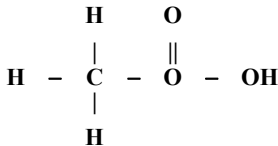
مصرف آن!

ت) در سلول الکترولیتی قطب مثبت باتری به آند متصل است.



گزینه «۳»:

هر دو اتم کربن دارای عدد اکسایش ۳- هستند.



گزینه «۴»:

عدد اکسایش دو کربن، به علت تفاوت تعداد الکترون های نسبت داده شده متفاوت است.

۴۷- گزینه «۳»

(شهرزاد حسین زاده)

همه موارد مذکور درستند جز اینکه زنگ آهن، آهن (III) اکسید است، نه آهن

(II) اکسید.



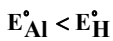
(شهرزاد حسین زاده)

۴۹- گزینه «۳»

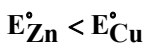
در صورتی می توان یک ماده را در ظرف نگهداری کرد که با دیواره ظرف واکنش

ندهد. یعنی کاتیون محلول، نسبت به فلز دیواره، کاهنده قوی تر باشد.

بررسی سایر گزینه ها:



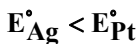
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:

گزینه «۳»:  $E_{\text{Mg}}^{\circ} < E_{\text{Sn}}^{\circ}$  (شیر منیزی حاوی Mg است و قوطی حلبی آهن

پوشیده شده با قلع است).

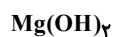


گزینه «۴»:

(شهرزاد حسین زاده)

۵۰- گزینه «۳»

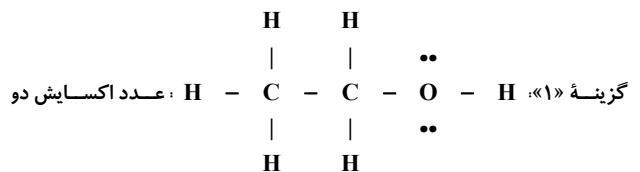
گزینه «۲»: این مرحله کلاً رخ نمی دهد و غلط است.  $\text{MgCl}_2$  را ذوب می کنند نه



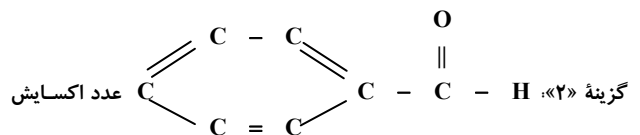
۴۸- گزینه «۳»

(شهرزاد حسین زاده)

ساختار الکترون نقطه ای هر گزینه را رسم می کنیم:



کربن، به علت تفاوت تعداد الکترون های نسبت داده شده متفاوت است.



کربن خارج از حلقه با بقیه اتم های کربن، به علت تفاوت الکترون نسبت داده شده

متفاوت است.