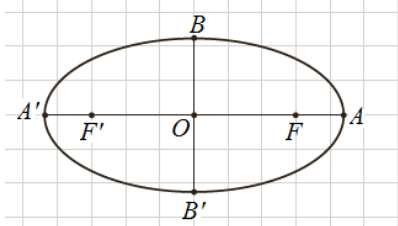
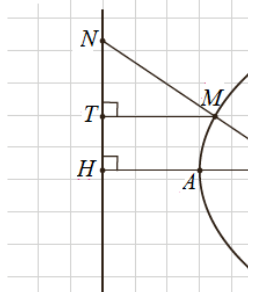


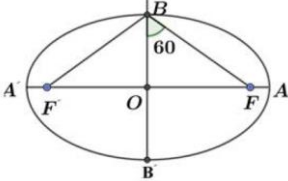
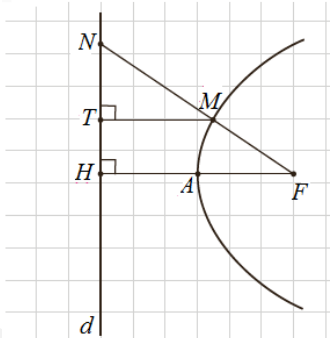
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۳	
<b>جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷</b>				
<b>طراح سوال: بیژن جلالی</b>				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)			نمره
۱	<p>کدام گزاره درست <input checked="" type="checkbox"/> و کدام نادرست <input checked="" type="checkbox"/> است؟ (هر مورد ۲/۵)</p> <p>(۱-۱) اگر در ماتریسی تعداد سطرها و ستون های برابر باشد، ماتریس را قطری می نامند.</p> <p>(۲-۱) اگر <math>a = (a_1, b_1, c_1)</math> و <math>b = (a_2, b_2, c_2)</math> دو بردار در فضای <math>\mathbb{R}^3</math> باشند؛ در این صورت ضرب داخلی <math>a</math> در <math>b</math> به صورت <math>a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3</math> تعریف می شود.</p> <p>(۳-۱) اگر <math>a \perp b</math> آن گاه تصویر یکی بر امتداد دیگری بردار صفر است.</p> <p>(۴-۱) دو خط <math>d, l</math> در نقطه <math>A</math> متقاطع ( غیر عمود ) می باشند. سطح حاصل از دوران خط <math>d</math> حول خط <math>l</math> را یک سهمی می نامند.</p> <p>(۵-۱) سطح مقطع برخورد یک صفحه مانند <math>p</math> با سطح مخروطی که هر دو تکه بالایی و پایینی را قطع کند یک <u>هذلولی</u> خواهد بود.</p> <p>(۶-۱) عمود منصف یک پاره خط، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که بر دو سر آن پاره خط عمود باشد.</p> <p>(۷-۱) وارون ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 10 &amp; 2 \\ 4 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> عبارتست از <math>A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} &amp; -1 \\ -2 &amp; 5 \end{bmatrix}</math>.</p> <p>(۸-۱) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p>			۲
۲	<p>درجای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>(۱-۲) برای ماتریس مربعی <math>A</math> اگر ماتریسی چون <math>B</math> پیدا می شود که <math>A \times B = B \times A = I</math> آنگاه <math>B</math> ..... ماتریس <math>A</math> خواهد بود.</p> <p>(۲-۲) دایره <math>C(O, r)</math> مکان هندسی نقاطی از صفحه است که ..... .</p> <p>(۳-۲) بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصلشان از دو ..... یک مقدار ..... است.</p> <p>(۴-۲) در یک بیضی طول قطر بزرگ، قطر کوچک و کانون ها به ترتیب <math>2a</math>، <math>2b</math> و <math>2c</math> هستند. و کسر <math>\frac{c}{a}</math> را ..... می نامند.</p>			۲
۳	<p>گزینه درست را انتخاب کنید: (هر مورد ۵/۵)</p> <p>(۱-۳) دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} x-y &amp; 9 \\ 2 &amp; z-1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 3 &amp; x+y \\ 2 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> مساوی اند حاصل عبارت <math>(x+y+z)</math> کدام است؟</p> <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 100px;">۱۲(۱)</span> <span>۱۳(۲)</span> </p> <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 100px;">۱۴(۳)</span> <span>۱۵(۴)</span> </p> <p>(۲-۳) در یک بیضی با قطر بزرگ و فاصله کانونی اگر <math>\frac{c}{a}</math> یک باشد بیضی تبدیل به ..... و اگر <math>\frac{c}{a}</math> صفر باشد بیضی تبدیل به ..... می شود.</p> <p>(۱) دایره-خط (۲) خط-دایره (۳) بیضی افقی- بیضی عمودی (۴) سهمی- دایره</p>			۴

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۳	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷   طراح سوال: بیژن جلالی							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)						
	<p>۳-۳) اگر <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 4 \\ 2 &amp; -7 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 7 &amp; 4 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> داده شده باشند آن گاه <math>A \times B</math> برابر است با:</p> <p>(۱) <math>\begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> (۲) <math>\begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ -1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> (۳) <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> (۴) <math>\begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math></p> <p>۴-۳) برای دستگاه <math>\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}</math> کدام گزینه برقرار است؟</p> <p>(۱) <math>\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}</math> دستگاه بی شمار جواب دارد (۲) <math>\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}</math> دستگاه جوابی یکتا دارد</p> <p>(۳) <math>\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}</math> دستگاه جوابی یکتا دارد (۴) <math>\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}</math> دستگاه جواب ندارد</p> <p>۵-۳) اگر <math>A = \begin{bmatrix} \sin \alpha &amp; \cos \alpha \\ -\cos \alpha &amp; \sin \alpha \end{bmatrix}</math> آن گاه <math> A </math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha</math> (۲) <math>(\sin \alpha + \cos \alpha)^2</math> (۳) <math>\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha</math> (۴) ۱</p> <p>۶-۳) دترمینان ماتریس <math>\begin{bmatrix} 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ -1 &amp; -2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> کدام است؟</p> <p>(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) هیچکدام</p> <p>۷-۳) زاویه بین دو بردار <math>a = (2, -1, 2)</math> و <math>b = (1, -1, 0)</math> عبارتست از:</p> <p>(۱) <math>\frac{3\pi}{4}</math> (۲) <math>\frac{\pi}{4}</math> (۳) <math>\frac{\pi}{2}</math> (۴) <math>\frac{\pi}{6}</math></p> <p>۸-۳) اگر <math>a</math> و <math>b</math> در یک راستا باشند، آن گاه تصویر <math>a</math> بر <math>b</math> برابر است با:</p> <p>(۱) <math>a</math> (۲) <math>b</math> (۳) <math>-b</math> (۴) <math>-a</math></p>						
۴	<p>الف) حدود <math>a</math> را طوری بدست آورید که معادله <math>x^2 + y^2 - 3x + 5 + a = 0</math> بتواند معادله یک دایره باشد.</p> <p>ب) وضعیت دایره های <math>x^2 + y^2 = 4</math> و <math>x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0</math> را نسبت به هم بررسی کنید.</p>						
۵	<p>دستگاه <math>\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}</math> را به روش ماتریس معکوس (وارون) حل کنید.</p>						
۶	<p>الف) این ماتریس را مشخص کنید.</p> <p>ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> به صورت <math>a_{ij} = \begin{cases} i + j - 1 &amp; i = j \\ i^2 &amp; i &gt; j \\ j + 1 &amp; i &lt; j \end{cases}</math> داده شده است.</p> <p>ب) اگر <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; 5 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> آن گاه حاصل <math>(A \times B) -</math> را بدست آورید.</p>						

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:									
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۳									
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷				طراح سوال: بیژن جلالی											
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)														
۷	<p>با توجه به معادله سهمی مقابل جدول زیر را کامل کنید: <math>(y + 2)^2 = 2(x - 3)</math></p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>دهانه سهمی</td> <td>محور سهمی</td> <td>خط هادی</td> <td>کانون سهمی</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>							دهانه سهمی	محور سهمی	خط هادی	کانون سهمی				
دهانه سهمی	محور سهمی	خط هادی	کانون سهمی												
۸	<p>معادله یک سهمی به صورت <math>y = x^2 + 3x + 5</math> داده شده است. آن را به حالت متعارف تبدیل کنید سپس کانون، خط هادی و محور سهمی را مشخص کنید.</p>														
۹	<p>در بیضی مقابل طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه <math>\angle FBF'</math> چند درجه است؟</p> 														
۱۰	<p>در شکل زیر سهمی با رأس <math>A</math> و کانون <math>F</math> و خط هادی <math>d</math> رسم شده است. از <math>F</math> به نقطه دلخواه <math>M</math> روی سهمی وصل شده و امتداد داده ایم تا <math>d</math> را در نقطه <math>N</math> قطع کند و از نقطه <math>M</math> عمود <math>MT</math> را بر <math>d</math> رسم کرده ایم. ثابت کنید: <math>\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}</math></p> 														
۱۱	<p>اگر <math>a = 5K + j</math>، <math>b = -K + i</math> و <math>r = \frac{1}{5}</math> آنگاه بدست آورید:</p> <p>الف) <math>ra + b = ?</math></p> <p>ب) طول بردار <math>a</math> را بدست آورید.</p>														
۱۲	<p>اگر <math>a = (1, -3, 4)</math>، <math>b = (3, -4, 2)</math> و <math>c = (-1, 1, 4)</math> باشند. آن گاه تصویر قائم بر امتداد بردار <math>b + c</math> را بدست آورید.</p>														
۱۳	<p>بردارهای مشخص کنید که بر دو بردار <math>a = (1, -3, 2)</math> و <math>b = (-2, 1, 5)</math> عمود باشد.</p>														
۱۴	<p>آیا بردارهای <math>a = (2, 3, -1)</math>، <math>b = (1, -1, 3)</math> و <math>c = (1, 9, -11)</math> در یک صفحه قرار دارند؟ بله <input type="checkbox"/> خیر <input type="checkbox"/> چگونه؟!</p>														
۱۵	<p>حجم متوازی السطوحی که توسط بردارهای <math>a = (1, 1, 0)</math>، <math>b = (0, 1, 1)</math> و <math>c = (1, 0, 1)</math> تولید می شود را بدست آورید.</p>														

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:		
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۲		
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷   طراح سوال: بیژن جلالی								
ردیف	پاسخنامه							نمره
۱	(۱-۱) ×	(۲-۱) ×	(۳-۱) ✓	(۴-۱) ×	(۵-۱) ✓	(۶-۱) ×	(۷-۱) ✓	۲
۲	۱-۲ وارون ۰/۲۵		فاصله r به (۲-۲۰) که همگی از نقطه باشند ۰/۵		دو نقطه ثابت (۳-۲) -- ثابت ۰/۵		۴-۲ خروج از مرکز بیضی ۰/۲۵	۲
۳	۴ (۱-۳)	۲ (۲-۳)	۳ (۳-۳)	۲ (۴-۳)	۴ (۵-۳)	۳ (۶-۳)	۲ (۷-۳)	۴
۴	<p>(الف) <math>(a = -3, b = 0, c = a + 5) \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = 0 \Rightarrow 9 - 4(a + 5) = 0 \Rightarrow a = \frac{-11}{4}</math></p> <p>(ب)</p> $(x^2 - 8x + 16) - 16 + (y^2 - 4y + 4) - 4 + 19 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} O(4, 2) \\ r = 1 \end{cases}, x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} O(0, 0) \\ r' = 2 \end{cases}$ <p>دو دایره متخارج هستند <math>\Rightarrow \boxed{2\sqrt{5}} &gt; 3</math> <math>\xrightarrow{d) r+r'}</math></p> $OO' = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $r + r' = 1 + 2 = 3$							۱
۵	$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{(6+20)} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 2+50 \\ -4+30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$							۰/۷۵
۶	<p>(الف)</p> $A = \begin{bmatrix} 1+1-1 & 2+1 & 3+1 \\ 2^2 & 2+2-1 & 3+1 \\ 3^2 & 3^2 & 3+3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 4 \\ 9 & 9 & 5 \end{bmatrix}$ <p>(ب)</p> $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 4 \\ 9 & 9 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+6+0 & -1+3+0 & 0+15+0 \\ 4+6+0 & -4+3+0 & 0+15+0 \\ 9+18+0 & -9+9+0 & 0+45+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 15 \\ 10 & -1 & 15 \\ 27 & 0 & 45 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 2 & 15 \\ 10 & -1 & 15 \\ 27 & 0 & 45 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & 2 & 15 \\ 20 & 0 & 15 \\ 27 & 0 & 46 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -10 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$							۱/۲۵
۷	دهانه سهمی		محور سهمی	خط هادی	کانون سهمی			۱
		روبه راست	$y = -2$	$x = 2\frac{1}{2}$	$(3\frac{1}{2}, -2)$			
۸	<p>لذا معادله یک سهمی است که دهانه آن رو به بالا، رأس آن <math>(-\frac{3}{4}, \frac{11}{4})</math> و <math>4a = 1</math> و در نتیجه <math>a = \frac{1}{4}</math> است. بنابراین <math>F = (h, a+k) = (-\frac{3}{4}, 3)</math></p> <p>کانون آن و خط هادی آن به معادله <math>y = -a + k = \frac{5}{4}</math> است. معادله محور سهمی به صورت <math>x = h = -\frac{3}{4}</math> است.</p>							۱

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۳۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۲
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷   طراح سوال: بیژن جلالی			
ردیف	پاسخنامه	نمره	
۹	$a = 2b \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 4b^2 - b^2 = 3b^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}b$ $\tan \angle OBF = \frac{OF}{OB} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$ $\Rightarrow \angle OBF = 60^\circ \Rightarrow \angle FBF' = 120^\circ$ 	۱	
۱۰	$F = MT, FS = SH, \sphericalangle NMT : \sphericalangle NMF \Rightarrow \frac{NM}{NF} = \frac{MT}{TH}$ $\frac{NM}{NF} = \frac{MF}{2FS} \textcircled{R} \frac{NM}{MF} = \frac{NF}{2FS} \textcircled{1} \text{ } MT \parallel FH \Rightarrow \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow \frac{NF}{2FS} = \frac{NT}{TH} \textcircled{3} \textcircled{R} \frac{NF}{FS} = \frac{2NT}{TH}$ 	۱	
۱۱	$r\vec{a} + \vec{b} = \frac{1}{5}(0, 1, 5) + (1, 0, -1) = \left(1, \frac{1}{5}, 0\right)$ (الف) $\vec{a} = (0, 1, 5) \Rightarrow  \vec{a}  = \sqrt{0^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$ (ب)	۱	
۱۲	$\vec{m} = \vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6), \vec{m} \cdot \vec{a} = 2 + 9 + 24 = 35,  \vec{m} ^2 = 2^2 + (-3)^2 + 6^2 = 49$ $\vec{P} = \frac{\vec{m} \cdot \vec{a}}{ \vec{m} ^2} \vec{m} = \frac{35}{49}(2, -3, 6) = \left(\frac{10}{7}, -\frac{15}{7}, \frac{30}{7}\right)$	۱	
۱۳	$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 13\vec{i} + 1\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (13, 1, -5) \Rightarrow \boxed{\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{c} \perp \vec{b}}$	۱	
۱۴	<p>بله - برای این منظور کافی است برابر صفر باشد:</p> $\vec{b} \times \vec{c} = (-16, 14, 10) \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -32 + 42 - 10 = 0 \Rightarrow$ سه بردار در یک صفحه قرار دارند	۱	
۱۵	$\vec{b} \times \vec{c} = (1, 1, -1) \Rightarrow V =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  = (1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1) =  1 + 1 + 0  = 2$	۱	